Модели продажи информации: на стыке теории игр и науки о вычислениях

А.Н. Козырев

29.01.2012

1. Об истории и состоянии вопроса
2. Одна замечательная статья
3. Возможно, мы еще что-то можем

Вехи:

1. Arrow, K. (1962): Economic Welfare and the Allocation of Resources for Innovation, in: R. Nelson (Hrsg.) The Rate and Direction of Inventive Activity, Princeton University Press, Princeton, S. 609–626.
2. Demsetz, Harold. 1970. The Private Production of Public Goods. Journal of Law and Economics 13: 293-305.
3. Varian, Hal R. 1998. Markets for Information Goods (überarbeitete Fassung vom 16. Oktober 1998). http://www.sims.berkeley.edu/~hal/people/hal/papers.html am 21. Oktober 1998.

uc berkeley

school of information management & systems

Hal R. Varian

- I am an emeritus professor in the School of Information, the Haas School of Business, and the Department of Economics at the University of California at Berkeley.
- On January 3, I delivered the 2010 Ely Lecture at the American Economics Association meetings.
- I have retired from Berkeley and am now serving as Chief Economist at Google.
- Here is a recent lecture on Computer Mediated Transactions I gave at the University of Canturbury, New Zealand.
- I recently received a Humboldt Prize from the Alexander von Humboldt Foundation
- My paper "Positions Auctions" won Paul Gerowski prize for the best article published in the *International Journal of Industrial Organization* in 2006.
- Here's the cover of a special issue of the *Journal of Public Economics* celebrating the 20th anniversary of the Bergstrom, Blume, and Varian paper on public goods.
- I recently received an honorary Ph.D. from the University of Karlsruhe. I also hold an honorary Ph.D. from the University of Oulu
- Accenture says I am number 9 on their list of the top 50 business intellectuals
- Fortune Magazine says that Information Rules is one of the 75 smartest books they know about strategy.
- Links to my *New York Times* columns
- Links to my nonacademic articles
- Link to my academic papers and books

Ditmar
Detering

Ökonomie der Medieninhalte

2001

Inhaltsverzeichnis

Die Seitenzahlen des Inhaltsverzeichnisses entsprechen denen der Buchausgabe des Lit Verlages. Der Text ist in kleinere Webseiten aufgeteilt; die blauen Linien stellen die Grenzen zwischen den einzelnen Webseiten dar. Im laufenden Text sind die Seitenzahlen des jeweils folgenden Textes als >>##<< eingefügt, um die Zitierfähigkeit der Onlineausgabe voll zu erhalten.

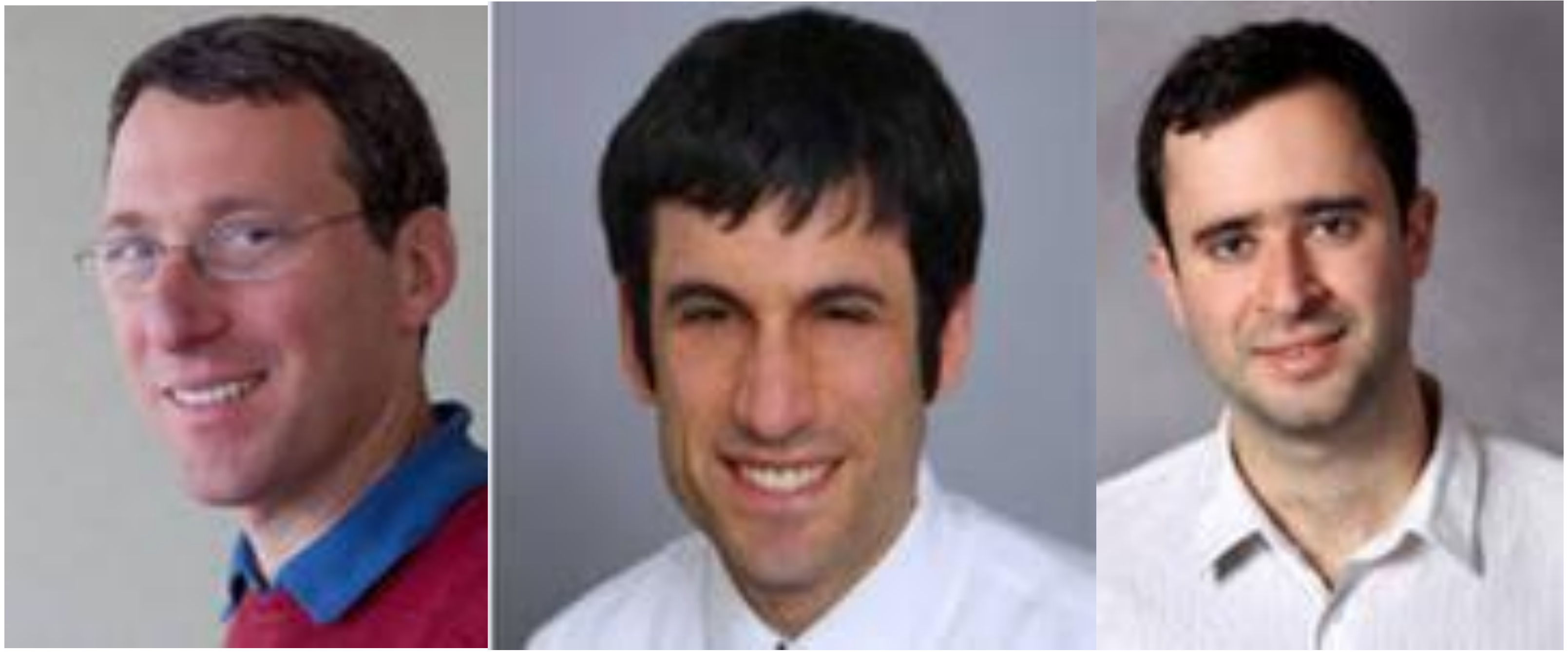
Cornell University
Library

Computer Science > Computer Science and Game Theory

Title: Optimal Mechanisms for Selling Information

Authors: Moshe Babaioff, Robert Kleinberg, Renato Paes Leme

(Submitted on 25 Apr 2012)



Покупатель информации

Выбирает действия $a \in A$, максимизируя ожидаемый доход $u(\theta, \omega, a)$ при ожидаемых значениях $\theta \in \Theta, \omega \in \Omega$, где:

A – множество возможных действий покупателя;

θ – частная информация покупателя информации (например, его тип или склонности), известная ему, но не продавцу);

ω – частная информация продавца о состоянии мира (известна продавцу информации, но не ее покупателю).

Множества Θ, Ω, A конечны.

$\mu \in \Delta(\Theta\times\Omega)$ – объединенное распределение θ и ω на $\Theta\times\Omega$,
$\mu(\omega,\theta)$ – вероятность события (ω,θ),

Распределение $\mu \in \Delta(\Theta\times\Omega)$ можно описать как матрицу размерности $|\Theta| \times |\Omega|$ с элементами $\mu(\omega,\theta)$. В сумме они составляют 1.

Пара (u,μ) – контекст, он считается общеизвестным.

Априорная вероятность ω – вектор $p \in \mathbb{R}_+^{\Omega}$,
т.е. $p(\omega) = \mu(\omega)$, где

$\mu(\omega) = \Sigma_{\theta}\mu(\omega, \theta)$ и $\mu(\theta) = \Sigma_{\omega}\mu\,(\omega, \theta)$ – маргиналы ω и θ

Выигрыш покупателя от получения информации ω о состоянии мира

Изначально покупатель знает только θ, его ожидаемый доход:

$\max_a \mathbb{E}_\omega[u(\theta,\omega,a)|\theta]$ – доход без знания ω

$\mathbb{E}_\omega[\max_a u(\theta,\omega,a)|\theta]$ – доход со знанием ω

Выигрыш равен

$$\xi(\theta) = \mathbb{E}_\omega[\max_a u(\theta,\omega,a)|\theta] - \max_a \mathbb{E}_\omega[u(\theta,\omega,a)|\theta]$$

Как вести себя продавцу, продавая ω, чтобы отнять, как можно большую часть этой прибавки?

Что означает «продать ω»?

1. Указать ключик, открывающий Ларчик, и получить за это вознаграждение;
2. Указать за вознаграждение точные значения параметров (узкий интервал значений), если изначально они известны приблизительно, например, в патентной заявке при описании изобретения даны широкие интервалы;
3. Раскрыть (за вознаграждение) информацию о посещении тех или иных страниц в сети пользователями разных социальных групп.

Таблица "Цвета каления стали"

Цвет	Наименование	t° C
⬜	Ослепительно белый	1250 - 1300
🟨	Светло-желтый	1150 - 1250
🟧	Темно-желтый	1050 - 1150
🟧	Оранжевый	900 - 1050
🟥	Светло-красный	830 - 900
🟥	Светло-вишнево-красный	800 - 830
🟥	Вишнево-красный	770 - 800
🟥	Темно-вишнево-красный	730 - 800
🟥	Темно-красный	650 - 730
🟫	Коричнево-красный	580 - 650
🟫	Темно-коричневый	530 - 580

Пример 1 (возможные условия)

Пусть $\Omega = A = \{1,2\}$, $\Theta = \{1,2\}$

ω– номер строки; θ – номер столбца.

$[\mu(\omega,\theta)] = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix}$.или $[\mu(\omega,\theta)] = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}$

случай – есть корреляция между θ и ω

$[\mu(\omega,\theta)] = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 \end{bmatrix}$ и $[\mu(\omega,\theta)] = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.3 \end{bmatrix}$

случай – нет корреляции между θ и ω

$u(\theta,\omega,a) = z_\theta \cdot \mathbb{1}\{\omega = a\}$, с $z_1 = 3$, z_2=5.

РАЗНОВИДНОСТИ «МЕХАНИЗМОВ» (ПРОТОКОЛОВ)

(i) механизм “плотная упаковка” с трактовкой ω – неделимое благо, его записанное значение в плотной упаковке, цена назначается за упаковку;

(ii) механизмы с открытием сигнала о ω, где плата за сигнал взимается с покупателя до его открытия;

(iii) механизмы, с открытием сигнала о ω, где плата за сигнал взимается с покупателя после его открытия и зависит от сигнала;

(iv) произвольные механизмы.

$$\left\{\begin{matrix}\text{Плотная}\\ \text{упаковка}\end{matrix}\right\} \subseteq \left\{\begin{matrix}\text{Ценообразующие}\\ \text{отображения}\end{matrix}\right\} \subseteq \left\{\begin{matrix}\text{Ценообразующие}\\ \text{исходы}, t \geq 0\end{matrix}\right\} \subseteq$$

$$\subseteq \left\{\begin{matrix}\text{Ценообразующие}\\ \text{исходы}\end{matrix}\right\}$$

Плотная упаковка – простейший механизм (протокол)

Продавец плотно пакует ω – пишет на бумаге, кладет в конверт, на нем пишет цену $\boldsymbol{t}$.

Если $\xi(\theta) \geq \boldsymbol{t}$, покупатель купит конверт за цену $\boldsymbol{t}$.

Ожидаемый доход продавца равен

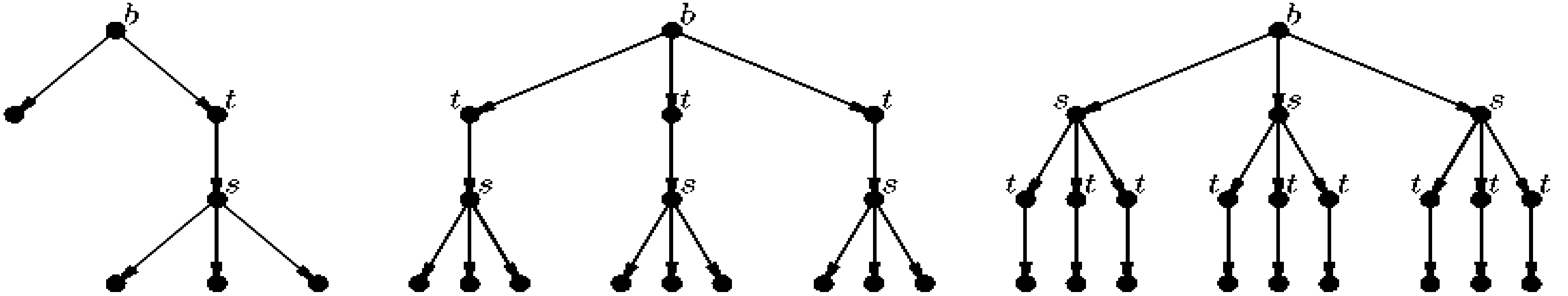
$$t \cdot \mathbb{P}_{\theta\sim\mu}[\xi(\theta) \geq t],$$ где

$$\xi(\theta) = \mathbb{E}_{\omega}[\max_a u(\theta, \omega, a)|\theta] - \max_a \mathbb{E}_{\omega}[u(\theta, \omega, a)|\theta]$$

- Продавец проектирует протокол только на основе контекста.
- Как только протокол спроектирован, его описание становится общеизвестным.
- Это случается прежде, чем будет вскрыта пара $(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\omega})$.

Например, цена за единицу продукта в механизме плотной упаковки жестко задана в протоколе, а потому продавцу незачем посылать сообщение с объявлением цены.

Различные типы протоколов (механизмов)



Плотная упаковка

Ценообразующие контракты

Ценообразующие сигналы

Вершина покупателя маркирована символом b, вершина продавца – s, трансфертная вершина – t.

Определение 1 (Родовой интерактивный протокол) *Родовой интерактивный протокол для контекста* (u, μ) *– это конечное дерево решений, определенное на множестве вершин* N. *Пусть* $C(n)$ *– дочерние вершины произвольной не листовой вершины* $\mathbf{n}$. *Каждая не листовая вершина маркирована или как вершина продавца, как вершина покупателя или как трансфертная вершина.*

Кроме того:

- *у каждой вершины продавца* n *есть предписание поведения продавца, которое связывает с каждым* ω *распределение вероятностей на* $C(n)$. *Формально, предписание на вершине* $\mathbf{n}$ *является совокупностью распределений* $\psi_n^\omega \in \Delta(C(n))$, *единственной для каждого* ω.
- *у каждой трансфертной вершины* $\mathbf{n}$ *есть только одна дочерняя, и с ней связана (возможно, отрицательная) величина* $t(n)$. *(Эта величина – платеж (трансферт) покупателя).*

Два типа стратегий покупателя:

Стратегия преданности – та, где мы можем быть уверены, что покупатель всегда будет следовать протоколу, т.е., достигая вершины покупателя, он посылает одно из сообщений, определенных протоколом, а достигая трансфертной вершины, он платит или получает указанную сумму денег.

Нейтральная стратегия – та, где покупатель имеет, вдобавок ко всему, опцион на дезертирство из протокола в каждой вершине, просто покидая механизм (формально записывается позволением ему играть "$\perp$").

Определение 2 (стратегии Покупателя) Стратегия преданности – это совокупность распределений $\phi_n^\theta \in \Delta(C(n))$ для каждой вершины покупателя или трансфертной вершины $\boldsymbol{n}$ и каждого типа θ. Нейтральная стратегия – совокупность распределений $\phi_n^\theta \in \Delta(C(n) \cup \{\perp\})$ для каждой вершины покупателя или трансфертная вершины $\boldsymbol{n}$ и каждого типа θ.

Механизм плотной упаковки в форме родового протокола – дерево из трех внутренних вершин: корень – вершина покупателя с двумя дочерними вершинами, соответствующими сообщениям: "не принимает оферту" и "принимает оферту". Дочка с меткой "не принимает оферту" – лист. Другая дочка – трансфертная вершина с указанным количеством t.

Единственная его дочка – вершина продавца. У этой вершины продавца есть дочка для каждого $\omega \in \Omega$, а предписание продавцу для этой вершины просто $\psi_n^\omega(\omega)=1$.

Каждая стратегия преданности ϕ индуцирует распределение по листьям дерева: выборка $(\theta, \omega) \sim \mu$, затем старт в корне и спуск по дереву, используя ψ_n^ω и ϕ_n^θ, пока не достигнут лист.

Пусть Z – достигнутый лист. С каждым листом l свяжем $\tau(l)$ – сумму платежей в пути между l и корнем. Мы определяем выигрыш (полезность) покупателя типа θ для ϕ как:

$$U(\theta, \phi) = \mathbb{E}_\omega[\max_a \mathbb{E}[\, u(\theta, \omega, a) \,|\theta, Z] - \tau(Z)|\theta]$$

Протокол доброволен, если $\exists$ такая стратегия преданности ϕ, что:

$$U(\theta, \phi) \geq \max_\omega \mathbb{E}[u(\theta, \omega, \alpha|\theta)]\,, \forall\theta.$$

Стратегию преданности называют **оптимальной**, если $U(\theta,\ \phi) \geq U(\theta,\ \phi')$, $\forall\theta$ и альтернативной стратегии преданности ϕ'. Извлеченный протоколом доход: $\mathbb{E}\,[\tau(Z)]$.

Можно определить подобные понятия для нейтральных стратегий: для данной вершины n, пусть $\tau(n)$ – сумма величин в трансфертных вершинах в пути между корнем и n (не включая n). Нейтральная стратегия определяет распределение Z по вершинам дерева (не обязательно листьям), поэтому можно тем же самым способом определить Z, $U(\theta, \phi)$, оптимальную стратегию и доход.

Заметим, что каждый протокол тривиально добровolen для нейтральных покупателей, так как всегда есть стратегия, гарантирующая покупателю $\max_{\omega} \mathbb{E}[u(\theta, \omega, a) \,|\theta]$, а именно, стратегия с дезертирством в любой трансфертной вершине.

Определение 3. Говорят, что возможно извлечь доход R от преданного (нейтрального) покупателя в контексте (u, μ), если есть добровольный протокол для этого контекста и оптимальная стратегия преданности (нейтральная стратегия) ϕ для этого протокола с доходом, по крайней мере, R.

Заметим, что случай преданных "добровольных" покупателей – важное сужение, потому что иначе, можно было просто иметь механизм, состоящий только из трансфертной вершины с величиной R и листа. Для нейтральных покупателей, однако, единственная оптимальная стратегия в таких механизмах – дезертировать в корне.

Определение 4 *Мы определяем* оптимальный доход, *который можно извлечь из преданного* (*не преданного*), *покупателя в контексте* (u, μ), *как максимум* R, *для которого при любом* $\varepsilon > 0$ *можно извлечь доход* $R - \varepsilon$ *от преданного (не преданного) покупателя в контексте* (u, μ).

Определение 5 (Механизм открытия) механизм открытия – протокол, представленный деревом, корень которого – вершина покупателя, где покупателю задан вопрос о его типе. Кроме того, в дереве нет никаких других вершин покупателя. Стратегия в таком протоколе правдива, если покупатель в корне сообщает о своем типе правдиво.

Теорема 1. (Принцип открытия). Пусть (u, μ) – произвольный контекст. Если возможно извлечь доход R от преданного (нейтрального) покупателя в контексте (u, μ), то существует механизм открытия и правдивая стратегия преданности (нейтральная стратегия), которая оптимальна для него и производит доход R.

В **Теореме 1** утверждается, что можно ограничить внимание механизмами открытия. Однако все еще позволены деревья с произвольными глубинами и сложным расположением вершин продавца и трансфертных вершин.

Определение 7 (Одно-раундовый механизм открытия) одно-раундовый механизм открытия – механизм открытия, представленный деревом глубины три, где у каждого пути от корня есть самое большее одна вершина каждого типа (т.е. не более одной вершины продавца и не более одной трансфертной вершины).

Определение 8 (Ценообразующие отображения и ценообразующие исходы)

Механизм ***ценообразующих отображений*** – правдивый прямой механизм открытия, в котором все дочки корня – трансфертные вершины, а все их дочки – вершины продавца.

Механизм ***ценообразующих исходов*** – правдивый прямой механизм открытия, в котором все дочки – вершины продавца, а все их дочки – трансфертные вершины.

Механизм ценообразующих отображений

Механизм ценообразующих отображений можно описать альтернативным способом – как установленное меню контрактов $\{(Y_{\theta,}t_\theta)\}_{\theta\in\Theta}$. Контракт $(Y_{\theta,}t_\theta)$ соответствует покупателю типа θ (в том смысле, что выбрать этот контракт из меню – оптимальное решение для такого покупателя). Покупатель, выбирающий контракт $(Y_{\theta,}t_\theta)$, заплатил бы t_θ и наблюдал бы одну реализацию случайной величины Y_θ, коррелированной с ω и, принимающей значения в конечном множестве S_θ.

Элементы S_θ называют сигналами, так как они открывают покупателю немного информации о ω. Покупая контракт $(Y_{\theta',}t_{\theta'})$, покупатель типа θ получает полезность

$$\mathbb{E}_{Y_{\theta'}}[\max_a \mathbb{E}_\omega[u(\theta,\omega,a)|\, Y_{\theta'}]] - t_{\theta'}.$$

Как проектировать меню контрактов, чтобы максимизировать доход?

(сначала для независимых ω *и* θ*)*

Пусть Y_θ – случайная величина, производимая продавцом с использованием ω и, возможно, нескольких случайных бит r, не зависящих от (ω, θ).

Без потери общности Y_θ представима как семейство $\{\psi_\theta^\omega\}_{\omega\in\Omega}$, где $\psi_\theta^\omega \in \Delta(S_\theta)$. Чтобы выбрать Y_θ, продавец наблюдает ω и затем выбирает значение Y_θ согласно ψ_θ^ω

Определение 9. *Меню контрактов* $\{\psi_\theta^\omega\}_{\omega\in\Omega}$ *действительно тогда и только тогда, когда:*

$$\mathbb{E}_{Y_\theta}[\max_a \mathbb{E}_\omega[u(\theta, \omega, a)|\, Y_\theta]] - t_\theta \geq \mathbb{E}_{Y_{\theta'}}[\max_a \mathbb{E}_\omega[u(\theta, \omega, a)|\, Y_{\theta'}]] - t_{\theta'}. \qquad (IR_\theta)$$

$$\mathbb{E}_{Y_\theta}[\max_a \mathbb{E}_\omega[u(\theta, \omega, a)|\, Y_\theta]] - t_{\theta.} \geq \mathbb{E}_{Y_{\theta'}}[\max_a \mathbb{E}_\omega[u(\theta, \omega, a)|\, Y_{\theta'}]] - t_{\theta'}, \forall \theta' \neq \theta. \qquad (IC_{\theta,\theta'})$$

Чтобы наборы контрактов были *действительны*, надо удостовериться, что:

(1) протокол доброволен, т.е. полезность покупателя типа θ, взявшего контракт $\left(Y_{\theta,} t_\theta\right)$, по крайней мере, не меньше полезности от неучастия в протоколе;

(2), контракт $\left(Y_{\theta,} t_\theta\right)$ действительно его фаворит номер один, т.е. он точно не стал бы искаженно передавать свой тип и покупать контракт $\left(Y_{\theta',} t_{\theta'}\right)$, где $\theta' \neq \theta$.

Свойство (1) – **индивидуальная рациональность (IR)**, а свойство (2) гарантирует **совместимость стимулов (IC)**.

Наша цель – проектировать действительное меню контрактов с наибольшим связанным доходом для любого данного контекста – оптимальное меню.

Определение: если Y_θ – переменные принимающие значения в пространстве S_θ, то для каждого $s \in S_\theta$ связанное с s апостериорное распределение Y_θ – такое $q \in \Delta(\Omega)$, что $q(\omega) = \mathbb{P}(\omega|s)$.

Покупатель типа θ при апостериорном распределении q ожидает получить:

$$\mathscr{v}_\theta(q) = \max_{a \in A} \sum\nolimits_\omega q(\omega)\, u(\theta, \omega, a).$$

Тем самым задана кусочно-линейная выпуклая функция

$$\mathscr{v}_\theta : \mathbb{R}_+^\Omega \to \mathbb{R}.$$

Обычно $\mathscr{v}_\theta$ определена для $q \in \Delta(\Omega)$, но иногда она используется для таких векторов $q \geq 0$, что $\sum_\omega q(\omega) \neq 1$.

Функция: $\mathscr{v}_\theta(\lambda q) = \lambda \mathscr{v}_\theta(q)$, $\forall \lambda > 0$ однородна.

Далее надо показать, что можно представить сигнал в виде распределения по конечному набору апостериорных распределений (Замечание 1) без повторения (Замечание 2). Доказательства замечаний тривиальны.

Замечание 1. *При заданном меню* $\{(Y_{\theta,} t_{\theta})\}_{\theta\in\Theta}$, *если есть* $s, s' \in S_{\theta}$ *такие, что связанные с ними апостериорные распределения* Y_{θ} *равны, рассмотрим меню, полученное заменой* Y_{θ} на $\tilde{Y}_{\theta}$, *когда* $\tilde{Y}_{\theta}$=s' *для* $Y_{\theta} = \tilde{Y}_{\theta}$ *и* $\tilde{Y}_{\theta} = Y_{\theta}$ *в противном случае. Полученное меню также действительно, а связанный с ним доход такой же, как и связанный с исходным меню.*

Учитывая, что апостериорные распределения, связанные с каждым сигналом $s \in S_{\theta}$, различны, можно представить Y_{θ} как распределение на конечном наборе наблюдений, т.е. множество Q апостериорных распределений, где каждый $q \in Q$ имеет форму $q \in \Delta(\Omega)$, и вероятность $x_{\theta}(q)$ каждого апостериорного $q \in Q$. Условие, что распределение по апостериорным распределениям представляет случайную переменную, коррелированную с ω, приведено в следующем замечании, доказательство которого тривиально.

Замечание 2. *Пусть* Y_θ *– случайная переменная, коррелированная с ω, т.е. при заданных* $\psi^\omega \in \Delta(\mathrm{S})$, $S = [k]$, Y *сначала осуществляется выборка* $\omega \sim \mu$ *и затем – выборка из* ψ^ω*. Рассмотрим набор* $\mathrm{Q}=\{q_1, \ldots\ q_k\} \subset \Delta(\Omega)$ *и* $x \in \Delta(Q)$*. Пара* (Q, x) *представляет распределение по апостериорным распределениям случайной переменной* Y*, коррелированной с ω, если и только если:*

$$\sum_{q_i \in Q} x(q_i) \cdot q_i(\omega) = \mu(\omega)\ \forall \omega \in \Omega \quad (F)$$

С этого момента, мы представляем каждый Y_θ как функцию $x_\theta : \Delta\,(\Omega) \rightarrow [0,1]$ с конечным основанием, удовлетворяющую уравнению (F) для каждого θ.

$$\sum_{q_i \in Q} x_\theta(q_i) \cdot q_i(\omega) = \mu(\omega)\ \forall \omega \in \Omega \quad (F_\theta)$$

Для любого конечного набора апостериорных распределений $Q\subset\Delta(\Omega)$ можно сформулировать ограниченную задачу максимизации дохода – для протоколов, предлагающих меню контрактов с апостериорными распределениями из Q, это задача **LP1** с переменными $x_\theta(q)$ для каждого $q\in Q$ и t_θ для каждого $\theta \in \Theta$.

LP1: $\max\sum_\theta \mu(\theta)t_\theta$ при ограничениях:

$$\sum_q v_\theta(q)x_\theta(q) - t_\theta\geq v_\theta(p), \qquad \forall\theta, \qquad (IR_Q)$$

$$\sum_q v_\theta(q)x_\theta(q) - t_\theta\geq\sum_q v_\theta(q)x_{\theta'}(q) - t_{\theta'}, \forall\theta' \neq \theta \; (IC_{\theta,\theta'})$$

$$\sum_q x_\theta(q)\cdot q(\omega) = \mu(\omega), \qquad \forall\; \theta, \omega \qquad (F_\theta)$$

$$x_\theta(q), t_\theta \geq 0, \qquad \forall\; \theta, q$$

Ограничения в LP1 соответствуют характеристике действительных договоров. Напомним, что $p\in\Delta(\Omega)$ является априорным распределением для ω, т.е. $p(\omega) = \mu(\omega)$.

Механизм ценообразующих исходов (зависимые θ, ω)

В предыдущей секции мы показали что, если θ, ω независимы, то у оптимального протокола была форма предложения меню контрактов с постоянной ценой для каждого контракта.

Этого мало, чтобы оптимизировать доход, когда θ, ω коррелированы. Чтобы оптимизировать доход, надо прибавить гибкости. Снова покупателю предлагается меню опционов, где каждый опцион, имеет случайную переменную Y_θ, коррелированную с ω и принимающую значения в S_θ. Но вместо постоянной цены на сей раз для каждого исхода $s \in S_\theta$ сигнальной схемы взимается специальная цена.

Опционы из меню тоже называются контрактами, но слово *контракт* здесь имеет слегка иное значение, чем раньше (поскольку это уже не тот случай, когда покупатель платит, еще не получив никакого сигнала).

Почему эта конструкция помогает оптимизировать доход при проектировании механизмов?

Предположим, что продавец проектирует переменную Y со значениями в S. Рассмотрим такое $\psi^{\omega}\in\Delta(S)$ для каждого ω, что при выборе s согласно ψ^{ω} продавец генерирует $s\in S$.

Если θ и ω независимы, продавец всегда выбирал бы одно и то же распределение с точки зрения покупателя, а именно, $\mathbb{P}(s) = \sum_{\omega} \mu(\omega) \cdot \mathbb{P}(\psi^{\omega} = s)$.

Однако, когда θ и ω коррелированы, покупатели разного типа наблюдают разные распределения на S: покупатель типа θ наблюдает $\mathbb{P}(s|\theta) = \sum_{\omega} \mu(\omega|\theta) \cdot \mathbb{P}(\psi^{\omega} = s)$.

Если обусловлены цены на исходы s, два покупателя разных типов видят разные цены за тот же самый контракт. Это увеличивает мощь продавца в ценовой дискриминации. Для случая преданных покупателей можно показать существование оптимального механизма открытия в один раунд.

Существование одно-раундового оптимального механизма

Теорема (о существовании)

Для любого контекста (u, μ), если возможно извлечь доход R от преданного покупателя в этом контексте, то существует обеспечивающий такой результат механизм ценообразующих исходов.

Пример 2. *Вообразим бокс с запирающимся шкафчиком и двумя ключами, маркированными 0 и 1, один из которых точно может открыть коробку. Покупатель может выбрать один ключ и попробовать его. Если он открывает коробку, то получает лежащий внутри предмет. Пусть типу покупателя θ, кодируют его значение z_θ для предмета и некоторого сигнала, который дает ему, намек которого мог бы быть правильным ключом. Продавец знает точно, что является правильным ключом, и пусть это ω. Как продавец должен продать информацию покупателю?*

Рассмотрите Ω=*A*= {0,1}, ϴ = [2] *и функция награды как* $u(\theta, \omega, a) = z_\theta \cdot \mathbb{1}1\{\omega = a\}$, с $z_1 = 3$, z_2=5. Объединенное распределение $[\mu(\omega, \theta)] = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}$.

До участия в механизме у покупателя типа *θ*=1 есть временное убеждение (0.4, 0.6) относительно *ω*. Тогда его наилучший выбор – взять ключ 1, получая ожидаемую награду 0.6·3 = 1.8. Если он в состоянии выбрать ключ 0 всякий раз, когда $\omega =\ 0$ и выбирает 1 всякий раз, когда $\omega =\ 1$, то он всегда получает награду 3, таким образом, для него стоимость информации будет равна $\xi(1) = 3 - 1.8 = 1.2$. Точно так же находим $\xi(2)\ = 2$. Чтобы проектировать контракт, извлекающий всю прибавку, найдем такой $t(\omega)$, что:

$$0.4 \cdot t(0)\ +\ 0.6 \cdot t(1)\ =\ \xi(1) \text{ и } 0.6 \cdot t(0)\ +\ 0.4 \cdot t(1)\ =\ \xi(2)$$

Решив эту систему, мы найдем: $\mathrm{t}_1(0)$ = 3.6, $\mathrm{t}_1(1)$=−0.4. Это означает, что, если продавец открывает сигнал $\omega = 0$, покупатель должен заплатить 3.6, если продавец открывает $\omega = 1$, покупатель получает 0.4 от продавца. Оба типа покупателя видят, что предложен полный информационный контракт, но из-за корреляции *θ* и *ω* они чувствуют, что их ожидаемые затраты различны. Игрок типа *θ* чувствует, что ожидаемые затраты $\mathbb{E}[t(\omega)|\theta] = t(0)\mu(\omega - 1|\theta)$. Эта особенность корреляции дает продавцу власть для ценовой дискриминации.

Пример 3. *Рассматривает ту же самую функцию награды как в Примере 2, но с другим распределением вероятностей:* Ω=A= {0,1}, ϴ = [2], $u(\theta,\omega,a) = z_\theta \cdot \mathbb{1}\{\omega = a\}$, c $z_1 = 3$, z_2=5 *и распределение*

$$[\mu(\omega,\theta)] = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 \end{bmatrix}.$$

Дана прибавка каждого покупателя ξ(1) = 1.5, ξ(2) = 2.5.

Оптимальный механизм – предложить один единственный контракт, показывающий в точности ω и стоящий 1.5. *Очевидно, что оба типа покупают этот контракт и ожидают доход* 1.5. *Но ожидаемый остаток* $\frac{1}{2}\xi(1) + \frac{1}{2}\xi(2) = 2$, *и Теорема 4.2 гарантирует, что для немного возмущенного объединенного распределения можно извлечь его полностью.*

Например, рассмотрим $[\mu(\omega,\theta)] = \begin{bmatrix} 0.25001 & 0.24999 \\ 0.24999 & 0.25001 \end{bmatrix}.$

Получаем механизм, извлекающий доход 2, *а именно*: *возьмем контракт, который выводит полную информацию и, если результат – ω, то игрок (покупатель) платит* t(ω), *где* [t(0),t(1)] = [−24996, 25004].

Пример 4. *Представим контекст* (u, μ), *в котором механизм, где продавец взаимодействует с покупателем дважды (производя дерево протокола высоты 4), извлекает строго больше дохода, чем любой прямой механизм открытия.*

Пусть Ω= {0,1}, Θ= {0,1} *и распределение* μ= $\begin{bmatrix} 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 0.3 \end{bmatrix}$. *Пусть* A= {0,1} *и полезность определена таким образом, что* $u(\theta, \omega, 0) = \omega$ (для $a = 0$) и $u(\theta, \omega, 1) = 1 - 9\omega$ (для $a = 1$). *Как обычно, для* Ω= {0,1} *представляем апостериорную вероятность одним действительным числом* $q \in [0,1]$, *вероятность явления* $\omega = 1$. *Первая часть рисунка 2 изображает полезность как функцию апостериорного* q, *полезность представлена функциями* v_θ: [0,1] →*R*. *В данном случае* $v_0(\cdot) = v_1(\cdot) = v(\cdot)$.

Легко видеть, что оптимальный механизм ценообразующих отображений предлагает один контракт с ценой полной информации (значение ω) в 0.4 и получение дохода 0.4.

Мы затем представляем протокол без положительных трансфертов, который извлекает строго больше дохода, чем оптимальный механизм ценообразующих отображений от нейтральных покупателей. Протокол представлен деревом высоты 4 изображенный во второй части рисунка 2. Он состоит из двух трансфертных вершин с суммами $t_1 = 0.533$ и $t_2 = 0.8$. Для вершин продавца переходные вероятности следующие:

- вершина s_1: продавец выводит l_1, как только ω= 0 и выходы l_2 , как только ω= 1.
- вершина s_3: продавец выводит l_3, как только ω= 0 и выходы l_4, как только ω= 1.
- вершина s_2: продавец двигается или в вершину l_2 или в вершину l_5 согласно следующему probabilities: $\mathbb{P}(l_5|\omega = 0) = 0$, $\mathbb{P}(l_5|\omega = 1) = 5/6$ и ясно $\mathbb{P}(t_2|\omega)$ = 1–$\mathbb{P}(l_5|\omega)$.

Открытые проблемы:

Механизмы для нейтральных покупателей:

1. Задача проектирования оптимальных по доходу протоколов для нейтральных покупателей, которым не позволены положительные трансферты.
Доказано, что иногда для достижения оптимального дохода необходимы многие раунды частичного информационного раскрытия (прослоенные оплатой продавцу), если покупателю позволено досрочно прекратить взаимодействие с продавцом.
Решение этой открытой задачи, вероятно, требовало бы разработки новых инструментов для того, чтобы прямо ограничить доход интерактивных механизмов, что резко контрастирует с большинством оптимальных механизмов в литературе, которые удовлетворяют некоторой версии свойства однораундового открытия.

2. **Непрерывные пространства типов и структурированные контексты:**

   Установлены результаты для конечного дискретного пространства типов. Используется инструментарий линейного и выпуклого программирования для проектирования оптимальных механизмов. Можно ли получить общую теорию "Продажи информации", когда сигналы от природы берутся из произвольных пространств?

   Существует ли естественные, но не обременительные условия для контекста, делающие задачу разрешимой при большем числе родовых пространств?

   Можно ли придумать общее состояние, которое будет все еще достаточным для оптимального механизма, но при этом будет иметь явное и естественное представление (подобное механизму Майерсона), вместо решения некоторой задачи математического программирования?

3. **Множество покупателей:** В нашей работе рассматривается только два агента: продавец и покупатель. В контексте информационной рекламы обычно есть много продавцов (много обеспечивающих информацию агентств) и много покупателей (рекламодателей). Такие покупатели не просто однажды решают проблему выбора решения, как только они получают информацию, но играют игру друг с другом.

Следующий естественный шаг – рассмотреть вариант нашей модели с одним продавцом и множеством покупателей, которые играют в игру после получения информации. Нужно осторожно определять такую задачу, так как надо убедиться, что у игры есть единственное равновесие или что для каждого возможного исхода на этапе продажи информации у байесовской игры, разыгрываемой во второй фазе, есть фокусное равновесие, на котором можно сконцентрироваться, рассуждая о первой фазе.

4. **Сцепленные продукты и информация:** Как упоминалось ранее, есть много ситуаций, где товары и информация соединены (например, еда в ресторане). Какова правильная модель рассмотрения таких ситуаций?
5. **Динамическая продажа информации:** Мы рассмотрели одно взаимодействие между покупателем и продавцом. Можно было считать длящимися (возможно интерактивным) связи между теми же двумя сторонами, например, когда покупатель интересуется информацией относительно множества впечатлений. Продавец может извлечь выгоду из этого и извлечь строго больше дохода от процесса в целом, чем при использовании оптимального аукциона для каждого вопроса отдельно? Известно, что для традиционных товаров, продажа связки может генерировать строго больше дохода, чем продажа товаров индивидуально. Какова форма аналогичных результатов для информации?

6. **Ограниченные в вычислениях агенты:** Мы принимали, что продавец посылает покупателю сообщения, происходящие из определенного распределения, а покупатель использует правило Байеса, чтобы узнать из этих сообщений о состоянии мира. Мы не налагаем вычислительные ограничения на агента. Если бы мы предполагали ограниченность вычислительных возможностей у покупателей, продавец мог бы потенциально использовать криптографические исходники, например, посылая покупателю зашифрованную информацию и позднее продавая ключ декодирования. Как такие способности затронули бы результаты? Был бы продавец в состоянии эксплуатировать их выгодным способом?

http://www.hbs.edu/faculty/Pages/profile.aspx?facId=209495 Yao

http://ideas.repec.org/e/pan128.html

https://faculty.fuqua.duke.edu/~jja1/bio/index.htm James J. Anton

http://people.ischool.berkeley.edu/~hal/ Hal R. Varian

http://www.cs.cornell.edu/~rdk/ Robert Kleinberg

http://arxiv.org/abs/1204.5519 computer science and game theory