1.3. ТЕОРЕТИКО-ИГРОВОЙ ПОДХОД К СОСТАВЛЕНИЮ РАСПИСАНИЙ

Зимина А.С. – ГАУГН, Неволин И.В. – к.э.н., ЦЭМИ РАН

Предложена формализация задачи составления расписания в терминах задачи о марьяже. Хотя модель описана в терминах школьного расписания, она имеет возможности для более широкого применения. Алгоритм решения задачи в такой постановке давно известен, что открывает возможности для написания компьютерных программ и автоматизации одной из ресурсоёмких операций образовательных организаций.

Введение

Одним из приоритетных направлений экономики и общественных отношений является образование. В контексте цифровизации речь идёт о сочетании методов, алгоритмов, программ и устройств, которые в совокупности обеспечивают доступ ко множеству сервисов и, вместе с тем, используются для повышения их качества. Говоря о преимуществах информационных технологий в образовании, следует отметить более точное соединение спроса и предложения, рационального использования человеческих ресурсов – рабочего времени преподавателей. Это также проявляется в системе дистанционного образования, когда алгоритмы позволяют соединять преподавателей учеников в соответствии с квалификацией, уровнем подготовки, требованием ко времени занятий. Задача соединения людей в пары по некоторым характеристикам известна как «Задача о марьяже». Алгоритм её решения применяется в самых разнообразных сферах, но в данной работе предлагается взглянуть на проблему соединения учителей с учениками гораздо шире – в контексте составления наилучшего расписания (образовательной организации, доступа к сервисам дистанционного образования и т.п.). При этом «субъектами» выступают не только люди, но и ресурсы – например, помещения для занятий. Такое обобщение предполагает широкий взгляд на цифровое образование, который не ограничивается дистанционным образованием, но также вовлекает физические ресурсы: оборудованные аудитории с виртуальной или дополненной реальностью, интерактивные пособия и т.п. – доступ к которым не может быть предоставлен одновременно большому числу участников. «Наилучшее» решение предполагает такое соответствие участников и ресурсов, которое удовлетворяет предпочтения «субъектов» в самой высокой степени из возможных.

Проблема составления расписания

Несмотря на интеграцию информационных систем и перевод многих сведений об учреждении в цифровую форму, на практике некоторые задачи, зачастую, решаются без помощи компьютеров. Например, составление учебного плана и расписания занятий. Так как расписание и учебный план являются индивидуальными для каждой организации, они не формируются в централизованных системах автоматически. Например, в муниципальных информационных системах школьного образования расписание вводится вручную, и учителя прикрепляются к классам в соответствии с распределенной нагрузкой на начало учебного года не без помощи пользователя. Автоматизация этих двух пунктов – расписания и учебного плана – сильно сократила бы как время работы администратора, который вносит в систему данные, так и усилия сотрудника, который составляет расписание, учитывая множество критериев, просьб, возражений. Проиллюстрируем составление расписания на примере общеобразовательной школы.

Как известно, в школах на конец учебного года составляется новая тарификация и учебный план на будущий период. Вероятность их изменения достаточно велика: впереди три летних месяца, за которые могут появиться новые требования к ведению образовательного процесса, возможны непредвиденные ситуации у персонала. Наиболее понятные для обывателей случаи связаны с увольнением, декретным отпуском, неукомплектованностью классов к началу года – всё это вызывает трудности и необходимость оперативных изменений. Самым сложным – помимо новой тарификации и учебного плана – является составление расписания. Так как без этих двух документов – тарификации и учебного плана – расписание составить невозможно, а вероятность появления изменений слишком велика, то распределение уроков зачастую откладывается практически до начала учебного года, чтобы не вносить изменения или, скорее всего, не переделывать все заново.

Составлением расписания занимается один человек. Чаще всего - это работа непосредственно завуча по учебной работе, но бывают случаи, когда нагрузку отдают учителю-предметнику (нередко математику). Итак, получается, что на плечи одного сотрудника возлагается колоссальная, занимающая много времени работа. Имея два необходимых итоговых документа (тарификацию и учебный план), сотрудник, ответственный за составление расписания, приступает к слиянию документации в единый, доступный и понятный для учеников, родителей, учителей формат. Как же выглядит работа по сведению воедино требований отдельных документов? Можно было бы предположить, что сотрудник загружает файлы в специализированную программу для ЭВМ, быстро накладывает друг на друга имеющиеся планы и получает на выходе готовое расписание. Однако таких программ нет в открытом доступе, а на имеющиеся коммерческие продукты нельзя опираться по одной простой причине: они недостаточно автоматизированы для уникального школьного расписания. Поэтому до настоящего времени работа выполняется, как и прежде, вручную. Раскладывая перед собой множество листов, необходимых документов, итоговую таблицу для заполнения, сотрудник формирует график учебной работы. Такой процесс занимает много времени. Размерность задачи иллюстрируют следующие показатели: 36 классных единиц в распоряжении и штат из 57 сотрудников, между которыми уже распределена нагрузка. При этом существует немаловажный и самый значимый нюанс: удовлетворить пожелания каждого учителя. Это является серьезной задачей и проблемой: каждый требует учесть свои пожелания, что никак не может остаться неучтенным или незамеченным. Большинство преподавателей хотят составить свой график так, чтобы у них был методический день или не было «окон» в расписании (свободного от преподавания времени в течение рабочего дня), а также чтобы избежать двух проблемных классов подряд или в конце рабочего дня. При такой постановке задача составления расписания выходит за рамки регламентирующих документов, и сохранение комфортных условий для коллектива требует учета мнений и пожеланий каждого учителя.

Сфокусируемся на полном согласовании всех параметров в задаче составления расписания. Будем искать решение в виде, который может быть реализован программными средствами, чтобы функция автоматического составления расписания в электронном журнале общеобразовательной организации могла стать дополнением к образовательной информационной системе в целом.

Подходы и методы

При составлении расписания школьных занятий естественным кажется обратиться к литературе по теории расписаний. Теория расписаний начинается с известной работы Генри Гантта (Gantt, 1903). Сам термин «теория расписаний», как принято считать, предложил Р. Беллман в 1956 году (Bellman, 1956). Наиболее важным вопросом для исследователей является классификация и определение вычислительной сложности имеющихся задач. Наибольшую известность и применимость имеет классификация задач теории расписаний, предложенная Грэхэмом (Graham at al., 1979). Достаточно полные обзоры по задачам теории расписаний и их сложности представлены, например, в (Танаев, Шкуба, 1975), (Burke et al, 2004). Отдельные результаты по теории расписаний изложены в работах (Бартенев, 2011), (Безгинов, Трегубов, 2011), (Попов, 2006), (Семенюта, Коляндра, 2010), (Яндыбаева, 2009), (Лазарев, Гафаров, 2011). Следует отметить прикладной характер предметной области – её результаты используются в ряде коммерческих программных продуктов.

Методы теории расписаний позволяют выстроить последовательность операций, и при достаточной условности можно провести аналогию используемых понятий с терминами решаемой задачи. Так, «учителем» можно считать «прибор», который выполняет операцию, а «класс» - «требованием», которое необходимо выполнить. Действительно, в этом случае расписание можно представить ориентированным графом, где каждый класс последовательно переходит от одного преподавателя к другому в течение дня и учебной недели. Анализ методов теории расписаний показывает, что одним из исходных пунктов является знание о связях между отдельными операциями: необходимо заранее определить последовательность, в соответствии с которой выполняются операции, и далее фокус смещается на то, как удовлетворить множество требований при эффективном использовании ресурсов (в том или ином смысле). Таким образом, теория расписаний может пригодиться для последующего улучшения уже существующего решения, но не подходит для вычисления наборов «время – класс – преподаватель – предмет – кабинет» из разрозненных данных.

В статье (Деканова, 2013) представлена математическая модель составления расписания учебных занятий на основе гиперграфа. Для получения оптимального расписания могут использоваться методы раскраски гипервершин гиперграфа (Маслов, 2002). Задача составления расписания сводится к формированию гиперграфа учебных поручений и гиперграфа расписания: необходимо соотнести учебные поручения с расписанием, в которое входят графы учебной нагрузки, структуры групп и подгрупп.

Перед началом раскраски выполняется некий алгоритм действий:

- мнимые гипервершины окрашиваются в соответствующие цвета множества;
- проводится анализ, с какой из неэффективных гипервершин начать раскраску;
- поиск гипервершины V_i для совместителей;
- выбирается вершина, у которой соседние вершины имеют большее число раскрасок, красится в один из возможных для неё цвет и просматриваются все смежные с ней вершины для запрета их окраски в цвет V_i ,
- окрашиваются самые востребованные вершины аудиторий и преподавателей; запрещается их окраска, как у гипервершины V_i.

Раскраска производится в условиях заданных ограничений, которые приводят к возникновению кратных гиперрёбер при построении, что, в конечном счете, позволяет раскрасить подграфы в различные цвета. В конечном итоге модель соблюдает равномерное распределение занятий в течение определенного времени, обеспечивает выполнение всех работ в заданный период обучения. Основным недостатком модели является отсутствие возможности учета предпочтений. При возникновении конфликтных гипервершин алгоритмом предусматривается выбор случайным образом. Применение этого метода для решения реальных задач малоэффективно.

В основе эвристических методов лежит применение различного рода эвристик, или эвристических алгоритмов, при разработке которых используются интуитивные предположения, не подкрепленные соответствующим математическим обоснованием. Эвристические алгоритмы часто являются эффективными при применении их в задачах, когда поиск наилучшего решения затруднен или невозможен. Формирование расписания с учетом определенных правил (эвристик) помогает несколько приблизить поиск «наилучшего» расписания, но применение подобных алгоритмов в большинстве случаев позволяет лишь приблизиться к окончательному решению, т.е. найти локальный экстремум, что поднимает вопрос о его близости глобальному экстремуму. Этот вопрос разрешается следующим образом: сопоставляются два решения (расписания), найденные эвристическим методом, и решение (расписание), рассчитанное методом перебора для малой размерности (Низамова, 2006).

Составление расписания может рассматриваться как задача целочисленного программирования. Для решения задач целочисленного программирования большой размерности используются генетические алгоритмы. Генетический алгоритм представляет собой итерационный процесс, цикл которого продолжается до тех пор, пока не выполнится критерий остановки (например, заданное число поколений). В каждом поколении осуществляется формирование начальной популяции, селекция, кроссинговер и мутация.

На этапе селекции выполняется отбор наиболее приспособленных «особей», т.е. вариантов расписания, которые будут иметь более предпочтительные значения функции пригодности к популяции – соответствия требованиям расписания.

Кроссинговер подразумевает этап скрещивания при помощи конструкции наложения хромосом родителей с новым поколением. Этап мутации вносит разнообразие в новую популяцию, тем самым расширяя область поиска наиболее оптимального решения.

Если сравнивать генетический алгоритм с классическими методами, следует указать на ряд основных отличий и преимуществ:

– генетический алгоритм (ГА) работает в программах с набором параметров, напрямую зависящих от аргументов целевой функции;

– в итерациях ГА использует несколько точек поискового пространства (процесс распараллеливается), а не переходит от точки к точке, как это происходит в традиционных методах, т.е. ГА оперирует со всей совокупностью допустимых решений;

– ГА в процессе работы не использует дополнительной информации, что повышает скорость его работы;

– ГА использует как вероятностные правила для порождения новых точек поиска, так и детерминированные правила для перехода от одних точек к другим.

Однако такие алгоритмы имеют и недостатки. В популяции может наблюдаться недостаточное разнообразии хромосом, что зачастую приводит к преждевременному завершению итераций алгоритма и, как следствие, к некорректному итоговому расписанию. Возможен слабый учет уникальности обрабатываемого расписания, его специфики, в результате чего связи между объектами могут выпасть из рассмотрения. Может нарушаться систематизация первоначальных данных. Хромосомы алгоритма являются сложными объектами, которые следует рассматривать как многоуровневые системы с последующим структурированием.

Общим недостатком алгоритмов является то, что они итерационно преобразовывают некоторое начальное приближение в окрестности допустимых решений (Астахова, Фирас, 2013).

Следует сделать вывод о том, что описание и решение поставленной задачи составления расписания занятий в образовательных учреждениях при помощи аппарата классической теории расписаний имеет ряд сложностей. В этой связи требуются некоторые модификации традиционной постановки задачи составления расписания, чтобы учесть всю специфику образовательной организации для нормального процесса обучения. При наличии конечного потока требований, поступающих на обработку в определенный момент времени, при обслуживании одним прибором одного требования, ученик не может обслуживаться любым учителем. Возможны несоответствия между квалификацией педагогов и подготовкой выбранных классов для обучения. Также классическая постановка задачи оставляет за рамками рассмотрения учёт мнений и пожеланий для снижения конфликтов в коллективе.

Формализация задачи

Формализуем задачу составления расписания школьных занятий. Пусть существуют множества классов N, учителей M, предметов P, кабинетов K. Списки классов, учителей и предметов относятся ко всей школе, но одни и те же предметы имеют свою специфику для каждого года обучения. Поскольку, например, предмет «Русский язык» имеет свою программу для 5-го и для 10-го классов, формально будем считать их отдельными предметами. Таким образом, классы, учителя, предметы, кабинеты являются такими множествами, каждый элемент которых пронумерован и является уникальным. Для полноты данных предположим соответствие между учителями и предметами – задана квалификация преподавателей в той или иной предметной области. Вообще говоря, один и тот же учитель может вести уроки не только по разным дисциплинам, но и по одной дисциплине для учеников разных лет обучения. Пусть матрица $[\pi_{mp}]$ устанавливает соответствие между учителями и предметами: $\pi_{mp} = 1$, если учитель m владеет предметом p, и $\pi_{mp} = 0$ в противном случае. Для решения задачи определим время через упорядоченные временные промежутки: t_{ij} – элемент, который соответствует занятию номер j с начала i-го учебного дня. Учебную нагрузку – количество занятий в день и в неделю – считаем известной. Пусть класс n имеет не более T^n занятий в день и не более D^n занятий в неделю. Преподаватель m проводит не более V^m занятий в день и не более W^n занятий в неделю. Требуется составить наборы $\{m, n, p, k, t_{ij} | m\epsilon M, n\epsilon N, p\epsilon P, k\epsilon K\}$, уникальные по временным промежуткам t_{ij} и удовлетворяющие ряду требований. Сформулируем их следующим образом:

1) каждый класс осваивает учебный план в полном объёме: каждый предмет, предназначенный классу, имеет достаточное количество временных промежутков в расписании;
2) учебная нагрузка на класс не превышает установленное количество часов в день/ в неделю;
3) учебная нагрузка на учителя не превышает установленное количество часов в день/ в неделю;
4) в один промежуток времени в каждом из кабинетов не может проходить более одного занятия;
5) в один промежуток времени на каждый класс приходится не более одного занятия;

в один промежуток времени на каждого учителя приходится не более одного занятия.

Эти требования можно записать в виде формальных ограничений, если ввести дополнительные обозначения:

U_{ij}^m – индикаторная матрица загрузки учителя *m* в академический час *j* учебного дня *i*. $U_{ij}^m = 1$, если учитель *m* ведёт занятие в день *i* во время академического часа *j*, и ноль - в противном случае;

Q_{ij}^n – индикаторная матрица загрузки класса *n* в академический час *j* учебного дня *i*. $Q_{ij}^n = 1$, если класс *n* посещает занятие в день *i* во время академического часа *j*, и ноль - в противном случае;

A_{ij}^k – индикаторная матрица загрузки кабинета *k* в академический час *j* учебного дня *i*. $A_{ij}^k = 1$, если кабинет *k* занят в день *i* во время академического часа *j*, и ноль - в противном случае;

R_{ij}^p – индикаторная матрица преподавания предмета в академический час *j* учебного дня *i*. $R_{ij}^p = 1$, если предмет *p* преподаётся в день *i* во время академического часа *j*, и ноль - в противном случае.

В принятых обозначениях сформулированные выше требования можно записать в виде неравенств:

1) $\underline{Z}_{pn} \leq \sum_{i,j,s,m} A_{ij}^s Q_{ij}^n R_{ij}^p U_{ij}^m \pi_{pm} \leq \overline{Z}_{pn}$, $\forall n\epsilon N, \forall p\epsilon P$, где $\overline{Z}_{pn}$ и $\underline{Z}_{pn}$ – соответственно, максимальное и минимальное количества академических часов в неделю на класс *n* для изучения предмета *p*;
2) $\sum_{s,j,p,m} A_{ij}^s Q_{ij}^n R_{ij}^p U_{ij}^m \pi_{pm} \leq T^n$, $\forall n\epsilon N, \forall i$ – для учебной нагрузки класса в день и $\sum_{s,i,j,p,m} A_{ij}^s Q_{ij}^n R_{ij}^p U_{ij}^m \pi_{pm} \leq D^n$, $\forall n\epsilon N$ – для учебной нагрузки в неделю;
3) $\sum_{s,j,p,n} A_{ij}^s Q_{ij}^n R_{ij}^p U_{ij}^m \pi_{pm} \leq V^m$, $\forall m\epsilon M, \forall i$ – для учебной нагрузки учителя в день и $\sum_{s,i,j,p,n} A_{ij}^s Q_{ij}^n R_{ij}^p U_{ij}^m \pi_{pm} \leq W^m$, $\forall m\epsilon M$ – для учебной нагрузки в неделю;
4) $\sum_{m,p,n} A_{ij}^s Q_{ij}^n R_{ij}^p U_{ij}^m \pi_{pm} \leq 1$, $\forall s\epsilon K, \forall i, j$;
5) $\sum_{s,p,m} A_{ij}^s Q_{ij}^n R_{ij}^p U_{ij}^m \pi_{pm} \leq 1$, $\forall n\epsilon N, \forall i, j$;
6) $\sum_{s,p,n} A_{ij}^s Q_{ij}^n R_{ij}^p U_{ij}^m \pi_{pm} \leq$, $\forall m\epsilon M, \forall i, j$.

Неизвестными в такой записи оказываются матрицы $[A_{ij}^s]$, $[Q_{ij}^n]$, $[U_{ij}^m]$, $[R_{ij}^p]$, $m\epsilon M, n\epsilon N, p\epsilon P, s\epsilon K$. Ограничения, как видно, являются нелинейными по неизвестным переменным, и после формализации задачи можно приступить к анализу методов её решения. С формальной точки зрения ограничения можно дополнить некоторым критерием оптимальности расписания и распространить анализ на методы оптимизации. Таким критерием может быть равномерная загрузка классов в течение дня, сокращение «окон» (незанятых академических часов) и т.д.

Алгоритм решения задачи

Предварительно обратимся к методам морфологического синтеза. Морфологический синтез позволяет конструировать системы для удовлетворения ряда функций в соответствии с заданными критериями. Исходными данными метода служит морфологическая таблица, в которой перечислены функции системы и различные способы удовлетворения этих функций. В случае школьного расписания функциями могут являться преподаватели, а вариантами реализации – академические часы занятий с тем или иным классом. Если преподаватель владеет несколькими дисциплинами, в качестве вариантов перечисляются все классы, в учебных планах которых встречается тот или иной предмет, в компании каждого предпочитаемого промежутка времени и кабинета – $\{n, p, k, t_{ij} | n\epsilon N, p\epsilon P, k\epsilon K\}$. Предпочтения, конечно, имеются в виду со стороны учителя. Далее, решение строится на анализе всех возможных сочетаний и их оценке по заданным критериям. Метод достаточно работоспособный и позволяет получить все допустимые расписания за разумное время при условии направленного перебора. В противном случае сложность задачи возрастает в соответствии со степенным законом. Проблема направленного перебора, однако, наталкивается на следующее обстоятельство: способы реализации отдельных функций не являются независимыми: занятый академический час для урока одного класса требует исключения из анализа соответствующих вариантов у других преподавателей. Процедура поиска сочетаний становится достаточно сложной, и требуются значительные усилия, чтобы в ней не запутаться. Однако существует более простой и проверенный метод из теории игр.

Модель американских ученых Дэвида Гейла и Л. Шепли рассматривает два типа участников: мужчин и женщин. Каждый участник модели поочередно ранжирует: мужчины женщин, женщины мужчин. Модель предполагает размещение агентов как набор пар, состоящих из одного мужчины и одной женщины и индивидуальных агентов (холостяков). Вопрос, решаемый данным алгоритмом, формулируется как: существует ли такое стабильное размещение, стабильный набор связей в данной системе агентов. (Железова и др., 2013). В 2012 году решение этой задачи удостоено Нобелевской премии по экономике, и авторы алгоритмы награждены «За теорию стабильного распределения и практики устройства рынка». В основе результатов, отмеченных Нобелевской премией, лежит задача о марьяже. Существует *N* невест и *M* женихов. Каждый участник имеет предпочтения относительно представителей противоположного пола – от наиболее привлекательного до наименее привлекательного. Требуется составить пары так, чтобы никто из её участников не стремился к «измене» – к отношениям с женщиной (в случае жениха) или с мужчиной (в случае с невесты) из другой пары. При определённых предположениях удаётся построить стабильные пары, при этом, однако, возможны ситуации, когда некоторые из женихов и невест предпочитают остаться в одиночестве, чем создать пару с непривлекательным человеком. Алгоритм настолько разработан, что неоднократно применялся для решения практических задач. В случае школьного расписания очевидно несоответствие: задача о марьяже составляет наборы элементов из двух множеств, в то время как рассматриваемая задача требует наборов из пяти элементов.

Переход от многоэлементных наборов к парным сочетаниям можно совершить, прибегнув к небольшим изменениям. Пусть множество «невест» образуют учебные часы классов - $\{Q_{ij}^n\}$. Множество «женихов» будет устроено более сложным образом. Пусть u_{ij}^{mp} – единицы времени учителя *m* для преподавания предмета *p*. Предпочтения «невест» выглядят как перечисление всех возможных «женихов» (учителя по предметам из учебного плана во все возможные единицы времени). Предпочтения «женихов» устроены как перечисления всех классов, в которых учитель принципиально готов проводить занятия, в удобные единицы времени. Если считать, что все кабинеты имеют одинаковую вместимость и в этом смысле взаимозаменяемы, то общее количество кабинетов влияет лишь на допустимое количество пар «учитель-класс» в один промежуток времени. Учёт дифференциации кабинетов по предметам возможен, но является некоторым усложнением алгоритма. Если предусмотреть дифференциацию кабинетов по предметам, то в одну единицу времени ограничено количество пар с одинаковым предметом. Опустим это усложнение при дальнейшем изложении.

Классический алгоритм Гейла-Шепли для решения задачи о марьяже потребует дополнительных условий относительно того, каких «невест» (время в расписании) и «женихов» (рабочее время преподавателя) считать «помолвленными» (распределенные часы). Эти условия соответствуют представленным ранее требованиям:

1) если существует пара $\{Q_{ij}^n, u_{ij}^{mp}\}$, то рабочее время преподавателя u_{ij}^{ml}, $p \neq l$, считается свободным временем и предложения в следующем раунде не существует;
2) если число пар $\{Q_{ij}^n, u_{ij}^{mp}\}$, $\forall i, j$, соответствует числу кабинетов, все нераспределенные часы преподавателя, соответствующие единице времени t_{ij}, считаются свободными часами и предложения в следующем раунде не существует;
3) если число пар $\{Q_{ij}^n, u_{ij}^{mp}\}$ при суммировании по *j* соответствует T^n, все нераспределенные часы рабочего времени преподавателя, соответствующие классу *n* и единице времени *j*, считаются свободным временем преподавателя и предложения в следующем раунде не существует;
4) если число пар $\{Q_{ij}^n, u_{ij}^{mp}\}$ при суммировании по *i* и по *j* соответствует D^n, все нераспределенные часы рабочего времени преподавателя, соответствующие классу *n*, считаются свободным временем преподавателя и предложения в следующем раунде не существует;
5) если число пар $\{Q_{ij}^n, u_{ij}^{mp}\}$ при суммировании по *j* соответствует V^n, все нераспределенные часы рабочего времени преподавателя, соответствующие учителю *m* и единице времени *j*, считаются свободным временем преподавателя и предложения в следующем раунде не существует;
6) если число пар $\{Q_{ij}^n, u_{ij}^{mp}\}$ при суммировании по *i* и по *j* соответствует W^n, все нераспределенные часы рабочего времени преподавателя, соответствующие учителю *m*, считаются свободным временем преподавателя и предложения в следующем раунде не существует;

При этом, однако, стоит напомнить, что алгоритм Гейла-Шепли допускает наличие «холостяков» и «незамужних». В случае расписания множества «женихов» и «невест» охватывают все возможные единицы времени, в которые могли бы проводиться занятия. Несомненно, в результате работы алгоритма появятся такие, которые окажутся незанятыми, и их можно интерпретировать как «выходные» часы для классов или методические часы для учителей.

Такой теоретико-игровой подход позволяет в явном виде учесть приоритеты к проведению занятий. Поскольку предпочтения являются упорядоченными, каждый преподаватель (или классный руководитель как представитель учеников) могут указать желаемую последовательность занятий или свободные часы. В случае срочного изменения расписания в результате непредвиденных обстоятельств, задача решается не на всём множестве, а лишь на тех подмножествах, которые допускают сдвиги, что существенно сокращает вычислительную процедуру.

Наличие образовательных информационных систем создаёт перспективу автоматического изменения плана при возникновении непредвиденных обстоятельств. Личный кабинет преподавателя может включать две важные функции: «предпочтения по умолчанию» и «заявить о замене». Первая устанавливает стандартные настройки предпочтений для планирования в течение учебного года. Вторая позволяет изменить предпочтения. Во втором случае планировщик пересчитывает расписание с учётом изменившихся предпочтений. Уведомления также рассылаются информационной системой.

Заключение

Несмотря на оцифровку персональных данных образовательной организации (персонал, обучающиеся) и информационный обмен между компьютерными системами, какие-то задачи приходится решать, не привлекая сложную вычислительную технику. Например, составление учебного плана и расписания занятий – ручная работа во множестве школ. Со стороны непосредственного администрирования школьным образованием самой сложной и требующей больших затрат задачей является составление расписания. Причём немалую долю затратной части составляют процедуры пересмотра расписания из-за непредвиденных обстоятельств. Так как расписание и учебный план являются индивидуальными для каждой организации, особенности не отображаются единой образовательной информационной системой автоматически. Приходится вручную вводить расписание, прикреплять учителей к классам в соответствии с распределенной нагрузкой на начало учебного года. Автоматизация этих двух пунктов сильно бы сократила время работы как администратора, который вносит в систему данные, так и время сотрудника, который составляет расписание, учитывая множество критериев, просьб, возражений.

В России существует несколько программных продуктов для общеобразовательных организаций. Каждый из них отличается от другого интерфейсом и некоторыми возможностями, но структура и основные функции остаются неизменными. Хотя лежащие в их основе алгоритмы не являются публичными в силу закрытости исходного кода и коммерческого характера программ, обзор литературы по данной теме позволяет выявить доминирующие представления о методах решения задачи. Рассмотренные алгоритмы автоматизированного составления расписания учебных занятий основаны на классических методах: методах целочисленного программирования, нелинейного программирования, имитационного моделирования ветвей и границ, раскраски графа или эвристических алгоритмах решения поставленной задачи. Их отличительной чертой является механистический взгляд на процесс обучения, где преподаватель описывается в терминах обслуживающего прибора. Анализ известных подходов показал их строгую ограниченность. Наиболее перспективным подходом оказался теоретико-игровой. Он демонстрирует наилучшее соответствие действительности, поскольку позволяет решить главную проблему: согласовать интересы разнообразных участников – учителей, классов, администрации.

Литература

1. Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н. Анализ, синтез, планирование решений в экономике / М.: Финансы и статистика. – 2000. – 368 с.Bellman R. Mathematical aspects of scheduling theory // Journal of the Society of Industrial and Applaid Mathematics. – 1956. – Vol. 4. – P. 168–205.
2. Бартенев А. С. Обзор основных вопросов автоматизированного составления расписания занятий в высшем учебном заведении / Современные научные исследования и инновации. – Сентябрь 2011. – № 5 [Электронный ресурс]. URL : http://web.snauka.ru/issues/2011/09/2576.
3. Безгинов А. Н., Комплекс алгоритмов построения расписания вуза. Ч.1: Система оценки качества расписания на основе нечетких множеств, алгоритм поиска оптимального расписания / А. Н. Безгинов, С. Ю. Трегубов // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта, 2011. – Вып. 5. – С. 127–135.
4. Деканова М.В. Математическая модель и алгоритм построения расписания учебных занятий университета Вестник полоцкого государственного университета. Серия С. – 2013 – с.24-33
5. Железова Е.Б., Измалков С.Б., Сонин К.И., Хованская И.А. Теория и практика двусторонних рынков // Вопросы экономики. – 2013. – №. 1. – С. 4-26
6. И. Ф. Астахова, А. М. Фирас Составление расписания учебных занятий на основе генетического алгоритма вестник вгу, серия: системный анализ и информационные технологии – 2013 – № 2 – С. 93-99
7. Лагоша Б. А. Комплекс моделей и методов оптимизации расписания занятий в вузе / Б. А. Лагоша, А. В. Петропавловская. – М.: Экономика и математические методы. – 1993 г. – 410 с.
8. Лазарев А. А., Гафаров Е. Р. Теория расписаний. Задачи и алгоритмы / А. А. Лазарев, Е. Р. Гафаров – М. : Физический факультет МГУ, 2011.
9. Маслов, М.Г. Эвристический алгоритм решения задачи составления расписания учебных занятий в вузе / М.Г. Маслов // Математические методы в технике и технологиях: сб. тр. XV междунар. науч. конф., Тамбов, 2 – 4 июня 2002 г.: в 10-ти т. – Тамбов, 2002. – Т. 9. – С. 86 – 88.
10. Нимазова Г.Ф. Математическое и программное обеспечение составления расписания учебных занятий на основе агрегативных генетических алгоритмов / диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Уфа. – 2006.

11. Попов Г. А. Формализация задачи составления расписания в высшем учебном заведении / Г. А. Попов –Вестник АЕТУ. – 2006. – № 1.
12. Семенюта И. С., Анализ существующих систем составления расписаний занятий вуза / И. С. Семенюта, А. Г. Коляндра, Д. С. Ананко // Издательство КубГТУ, Сборник трудов факультета КТАС, 2010 – С. 55 – 60.
13. Танаев, В. С., Шкуба В. В. Введение в теорию расписаний [Текст] / В. С. Танаев, В. В. Шкуба – М.: Наука, 1975. – 256 с.
14. Яндыбаева, Н. В. Генетический алгоритм в задаче оптимизации учебного расписания вуза / Н. В. Яндыбаева. // Современные наукоемкие технологии. – 2009. – No 11. – С. 97–98.
15. Burke E., Kingston J., de Werra D. (2004). Applications to timetabling. In : J. Gross and J. Yellen (eds.) The Handbook of Graph Theory, Chapman Hall/CRC Press – 2004 – P. 445-474.
16. Graham R.L., Lawler E.L., Lenstra J.K., Rinnooy Kan A.H.G Optimization and approximation in determenistic sequencing and scheduling: a servey // Ann. Descrete Optimization. – 1979. – V. 2. – P. 287–325.
17. Henry L. Gantt (1903) "A graphical daily balance in manufacture," in: Transactions of the American. Society of Mechanical Engineers, 24:1322-1336

References in Cyrillics

1. Andrejchikov A.V., Andrejchikova O.N. Analiz, sintez, planirovanie reshenij v jekonomike / M.: Finansy i statistika. – 2000. – 368 s.
2. Bartenev A. S. Obzor osnovnyh voprosov avtomatizirovannogo sostavlenija raspisanija zanjatij v vysshem uchebnom zavedenii / Sovremennye nauchnye issledovanija i innovacii. – Sentjabr' 2011. – № 5 [Jelektronnyj resurs]. URL : http://web.snauka.ru/issues/2011/09/2576.
3. Bezginov A. N., Kompleks algoritmov postroenija raspisanija vuza. Ch.1: Sistema ocenki kachestva raspisanija na osnove nechetkih mnozhestv, algoritm poiska optimal'nogo raspisanija / A. N. Bezginov, S. Ju. Tregubov // Vestnik Baltijskogo federal'nogo universiteta im. I. Kanta, 2011. – Vyp. 5. – S. 127–135.
4. Dekanova M.V. Matematicheskaja model' i algoritm postroenija raspisanija uchebnyh zanjatiĭ universiteta Vestnik polockogo gosudarstvennogo universiteta. Serija S. – 2013 – s.24-33
5. Zhelezova E.B., Izmalkov S.B., Sonin K.I., Hovanskaja I.A. Teorija i praktika dvustoronnih rynkov // Voprosy jekonomiki. – 2013. – №. 1. – S. 4-26
6. F. Astahova, A. M. Firas Costavlenie raspisanija uchebnyh zanjatij na osnove geneticheskogo algoritma vestnik vgu, serija: sistemnyj analiz i informacionnye tehnologii – 2013 – № 2 – S. 93-99
7. Lagosha B. A. Kompleks modelej i metodov optimizacii raspisanija zanjatij v vuze / B. A. Lagosha, A. V. Petropavlovskaja. – M. : Jekonomika i matematicheskie metody. – 1993 g. – 410 s.
8. Lazarev A. A., Gafarov E. R. Teorija raspisanij. Zadachi i algoritmy / A. A. Lazarev, E. R. Gafarov – M.: Fizicheskij fakul'tet MGU, 2011.
9. Maslov, M.G. Jevristicheskij algoritm reshenija zadachi sostavlenija raspisanija uchebnyh zanjatij v vuze / M.G. Maslov // Matematicheskie metody v tehnike i tehnologijah: sb. tr. XV mezhdunar. nauch. konf., Tambov, 2 – 4 ijunja 2002 g.: v 10-ti t. – Tambov, 2002. – T. 9. – S. 86 – 88.
10. Nimazova G.F. Matematicheskoe i programmnoe obespechenie sostavlenija raspisanija uchebnyh zanjatij na osnove agregativnyh geneticheskih algoritmov / dissertacija na soiskanie uchenoj stepeni kandidata tehnicheskih nauk. Ufa. – 2006.
11. Popov G. A. Formalizacija zadachi sostavlenija raspisanija v vysshem uchebnom zavedenii / G. A. Popov –Vestnik AETU. – 2006. – № 1.
12. Semenjuta I. S., Analiz sushhestvujushhih sistem sostavlenija raspisanij zanjatij vuza / I. S. Semenjuta, A. G. Koljandra, D. S. Ananko // Izdatel'stvo KubGTU, Sbornik trudov fakul'teta KTAS, 2010 – S. 55 – 60.
13. Tanaev, V. S., Shkuba V. V. Vvedenie v teoriju raspisanij [Tekst] / V. S. Tanaev, V. V. Shkuba – M.: Nauka, 1975. – 256 s.
14. Jandybaeva, N. V. Geneticheskij algoritm v zadache optimizacii uchebnogo raspisanija vuza / N. V. Jandybaeva. // Sovremennye naukoemkie tehnologii. – 2009. – No 11. – S. 97–98.

Зимина Анастасия Сергеевна
Неволин Иван Викторович (i.nevolin@cemi.rssi.ru)

Ключевые слова
теория расписаний, планирование, школьное образование.

Zimina A.S., Nevolin I.V., Game theory approach to the scheduling

Keywords
scheduling theory, planning, education in school

DOI: 10.34706/DE-2019-04-03
JEL Classification: I20 – Education and Research Institution, General; C78 – Bargaining Theory, Matching Theory

Abstract
We treat the task of scheduling as the stable marriage problem. In the context of school education we build a model that has the potential for wider application. The algorithm to solve the problem has long been known, what opens up opportunities for software development and automation of one of the resource-intensive operations at educational organizations.