

2. ПЕРЕВОДЫ

2.1. КВАНТОВАЯ МОДЕЛЬ СПРОСА И ПРЕДЛОЖЕНИЯ

Дэвид Оррелл, Системное прогнозирование

Графическое представление спроса и предложения как двух линий с противоположным наклоном и точкой пересечения, представляющей равновесную цену, которая в идеале уравнивает спрос и предложение, относится к числу знаковых и значимых для экономики. Этот рисунок, датированный девятнадцатым веком и представленный во вводных к учебникам, можно рассматривать как графическое представление невидимой руки Адама Смита, которая, как говорят, ведет цены к их оптимальному уровню. Однако такое представление страдает рядом принципиальных недостатков. Во-первых, в нем не отражен динамический взгляд на рыночные силы, поэтому остается неясным, как цены сходятся к равновесию. Во-вторых, спрос и предложение рассматриваются как детерминированные, хотя на самом деле они по своей природе неопределенны. В данной статье эти вопросы рассматриваются с помощью квантовой структуры для моделирования спроса и предложения, причем не как пересечение, а как вероятностная волна с соответствующей энтропийной силой. Такой подход используется, чтобы получить первичные принципы метода для моделирования изменения цен на активы с использованием квантового гармонического осциллятора, который ранее использовался и эмпирически проверялся в квантовых финансах. Метод продемонстрирован для простой системы, также обсуждаются его применения в других областях экономики.

1. Введение

Основным вопросом в экономике является вопрос о соотношении спроса и предложения. Стандартная интерпретация, известная как закон спроса и предложения, традиционно иллюстрируется с использованием версий графика, впервые опубликованного Флемингом Дженкином в эссе 1870 года. С тех пор он стал самой известной экономической диаграммой и преподается на каждом курсе бакалавриата по экономике. На рисунке показаны две пересекающиеся кривые, демонстрирующие, как спрос и предложение связаны с ценой. Когда цена низкая, предложение тоже низкое, потому что у производителей мало стимулов для выхода на рынок; но, когда цена высока, предложение также увеличивается. И наоборот, спрос ниже при высоких ценах, потому что меньше потребителей готовы платить так много. Точка пересечения двух линий дает уникальную цену, при которой спрос и предложение находятся в совершенном равновесии, и поэтому является наглядным изображением невидимой руки Адама Смита.

Закон спроса и предложения не только играет важную роль во многих экономических моделях, но и оправдывает широко распространенное в экономике предположение о том, что цены притягиваются к стабильному равновесию. Однако тут есть ряд принципиальных проблем. Во-первых, как правило, невозможно измерить кривые спроса и предложения, потому что все, что мы имеем, – это транзакции, которые включают обе величины. Поэтому параметры не определены. Другая проблема заключается в том, что закон детерминирован, в то время как экономические взаимодействия внутренне вероятностны (или неопределенны). Сам по себе закон спроса и предложения ничего не говорит о лежащей в его основе динамике (согласно гипотезе эффективного рынка, равновесие достигается мгновенно). Наконец, закон предполагает непрерывность, но товары продаются в дискретных количествах, а финансовые операции по своей сути разрывны.

Эти проблемы могут быть решены путем принятия квантового формализма, явно предназначенного для обработки дискретных, неопределенных и динамических систем. В последние годы квантовая методология была применена в ряде областей социальной науки, от когнитивной психологии до международных отношений (см. например, Höne, 2017 и Wendt, 2015). Одной из первых областей для изучения квантового подхода были финансы (Schaden, 2002; Baaquie, 2007). Основная идея квантовых финансов заключается в том, что цены активов неопределенны до тех пор, пока не измеряются посредством транзакций, поэтому их можно моделировать с помощью волновых функций, которые при измерении коллапсируют до определенной цены. Квантовое познание, между тем, рассматривает психические состояния как неопределенные, пока они не измеряются посредством решений. Эти теории естественным образом объединяются в вопросе спроса и предложения, который включает в себя решения о финансовых операциях.

В этой статье квантовая методология применяется к простому, но наглядному случаю спроса и предложения, но может быть распространена на различные ситуации. Вероятностный подход аналогичен подходу (Кондратенко, 2015), который также утверждает квантовую связь, однако в статье получены динамические уравнения, которые интерпретируются в терминах энтропийных сил; они используются для генерации уравнений в модели осциллятора; прослеживается явная связь с недавними исследованиями в области квантовых финансов, где аналогичная модель квантового осциллятора использовалась для моделирования изменений цен активов; и намечено применение методики в других областях экономики.

Прежде чем продолжить, следует отметить, что результаты, представленные здесь, также могут быть воспроизведены с использованием классических моделей, и действительно, большая часть статьи

посвящена исследованию взаимосвязи между классическим и квантовым подходами. Мотивацией для принятия квантового формализма является то, что цены, будучи основанными на информационных потоках, не ведут себя классическим образом – они фундаментально неопределенны и известны только через процедуру измерения, которая, в свою очередь, влияет на систему. Как утверждает в (Orrell, 2018), это означает, что квантовый формализм является естественной и подходящей основой для анализа. В частности, квантовая модель спроса и предложения предоставляет интерфейс для рассмотрения интерференционных эффектов того рода, который изучается в квантовом познании, или финансовых запутанностей через долг. Например, модель предполагает определенную среднюю цену и ценовую чувствительность со стороны покупателей и продавцов; однако в полной модели их формирование и динамика были бы результатом когнитивных процессов, которые, как утверждает в другом месте, ускользают от классической обработки (см., например, Qadir, 1978; Yukalov & Sornette, 2014). В более общем плане мы увидим, что квантовый осциллятор предлагает простой, экономный и эффективный способ моделирования целого ряда явлений.

Схема выглядит следующим образом. Раздел 2 начинается с упрощенного случая, когда есть только один покупатель и один продавец, а желание купить или продать по определенной цене моделируется вероятностно. В разделе 3 эта модель расширена до общего случая с несколькими агентами. В разделе 4 используется понятие энтропийных сил для анализа динамики системы, а в разделе 5 используется специфическая особенность основного состояния квантового гармонического осциллятора, чтобы показать, как квантовый подход может быть использован для учета неопределенной и динамической природы системы. В разделе 6 демонстрируются методы на простых примерах, обсуждаются результаты в контексте предыдущих работ и предлагаются приложения в экономическом моделировании. В Разделе 7 обобщаются результаты.

2. Случай с одиночными покупателем и продавцом

В качестве отправной точки сначала рассмотрим случай единственного покупателя и продавца, которые ведут переговоры о сделке, связанной с определенным товаром (скажем, акцией или домом). Покупатель может надеяться на определенную цену предложения μ_b , в то время как продавец предлагает купить по цене μ_o . Поскольку цена является относительной величиной, мы будем рассматривать ее как логарифмическую переменную. В типичном случае, когда $\mu_b < \mu_o$, сделка не состоится, если хотя бы одна сторона не проявит некоторую гибкость. Поэтому необходимо расширить ограничения, чтобы каждый участник имел в виду не одну фиксированную цену, а диапазон цен со склонностью продавца или покупателя по каждой цене, описываемой функцией. Использование термина «склонность» здесь аналогично тому, как он используется в стохастической химической кинетике, где он относится к вероятности молекулярной реакции, происходящей в определенное время (Лесса, 2013). Ситуация графически показана на рисунке 1, где $P_b(x)$ – функция склонности принять предложение, а $P_o(x)$ – функция склонности предложить. Предполагается, что обе функции являются нормальными (Гауссовскими), со стандартными отклонениями σ_b и σ_o . Случай для общего сценария, когда цена продажи фиксирована в течение торгового периода, будет смоделирован путем установки $\sigma_o = 0$, поэтому P_o является дельта-функцией.

Предположение о нормально распределенных ценах может показаться немного странным, поскольку оно подразумевает, что покупатели не будут покупать предметы, которые кажутся слишком дешевыми, а продавцы не захотят продавать выше определенной цены. Один из способов представить эти кривые как своего рода мысленный план, где покупатель и продавец мысленно делят свои предложения и запросы, с пиком по центральной цене, которую они считают идеальной, но не слишком нереалистичной. При этом предполагается, что интеграл функции равен 1. Если смотреть на сделку таким образом, то для покупателя не имело бы смысла совершать покупку только по очень низкой цене, поскольку тогда ему пришлось бы отклонить любое разумное предложение за пределами этого диапазона. Обратите также внимание, что сделки совершаются на среднем уровне между средними ценами спроса и предложения, поэтому важно поведение функций склонности в этом диапазоне.

Если предположить независимость, то функция совместной склонности, описывающая совместную вероятность сделки, фактически происходящей по определенной цене, будет произведением $P_o(x)P_b(x)$, что показано синей линией на рисунке. Площадью этого графика измеряется склонность к торговле. Легко показать (Bromiley, 2018), что произведение двух кривых нормального распределения является масштабированной нормальной кривой со средним и стандартным отклонением

$$\mu = \frac{\sigma_b^2 \mu_o + \sigma_o^2 \mu_b}{\sigma_o^2 + \sigma_b^2}$$

$$\sigma = \frac{\sigma_o \sigma_b}{\sqrt{\sigma_o^2 + \sigma_b^2}}$$

Коэффициент масштабирования α сам по себе – нормальное распределение вида

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} e^{-\frac{\mu_t^2}{2\sigma_t^2}},$$

где $\mu_t = \mu_o - \mu_b$ – спред, а стандартное отклонение $\sigma_t = \sqrt{\sigma_o^2 + \sigma_b^2}$ – мера ценовой гибкости (Bromiley, 2018). Основные параметры и уравнения также кратко изложены в приложении.

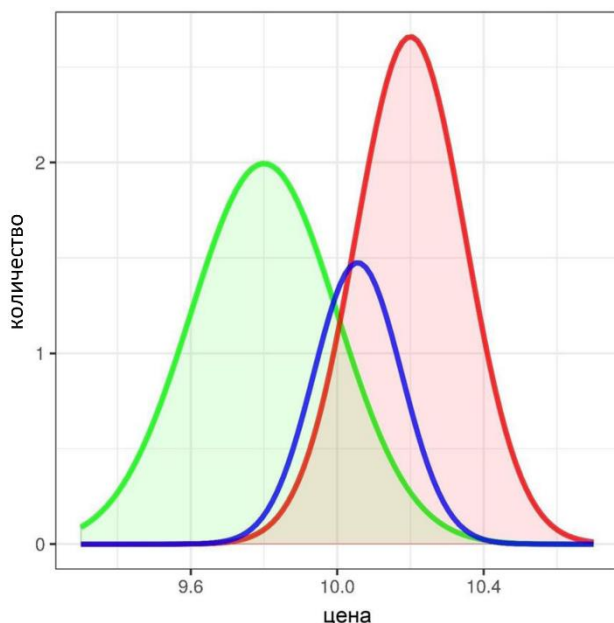


Рисунок 1. График, показывающий функцию склонности покупателя (зеленый) и функцию склонности продавца (красный). Совместная склонность к совершению сделки – произведение этих функций, показанное синей линией. Цена рассматривается как логарифмическая переменная.

В случае финансового рынка котировки цен в книге заказов часто поступают от маркет-мейкеров. Ожидаемая прибыль в течение торгового цикла для маркет-мейкера будет зависеть от операционного спреда, который представляет собой прибыль на сделку, умноженную на сумму сделки. Склонность к торговле масштабируется с коэффициентом α , а поэтому, если мы предположим, что операционный спред масштабируется с коэффициентом μ_t , то прибыль масштабируется с их произведением $\mu_t \alpha$, которое достигает максимума, когда спред удовлетворяет равенству $\mu_t = \sigma_t$. Если мы далее предположим, что маркет-мейкеры регулируют спред та-

ким образом, чтобы максимизировать прибыль, то установка этого значения для μ_t в выражении для склонности к торговле α дает $\alpha \propto \exp(-H)$, где $H = \log(2\pi e \sigma_t^2)/2$ – дифференциальная энтропия нормального распределения (Norwich, 1993). Рыночные переговоры по согласованию ожиданий покупателя и продавца также будут стремиться уменьшить σ_t и, следовательно, минимизировать энтропию, что в терминах теории информации эквивалентно минимизации недостающей информации о системе (Williams, 1980).

3. Несколько агентов

До сих пор мы рассматривали только случай с одним покупателем и продавцом, ведущих переговоры о цене одного предмета, но та же самая методология легко переносится на случай с несколькими предметами и агентами. Функции спроса и предложения агрегируются, чтобы получить общую функцию спроса для всех покупателей и общую функцию предложения для всех продавцов, измеренную в количестве единиц. В агент-ориентированной модели это было бы выполнено путем непосредственного суммирования функций склонности. Если для простоты мы предположим, что все функции склонности к спросу имеют одинаковое среднее и стандартное отклонение, а также примем аналогичные предположения для функций предложения, то эффект заключается в простом масштабировании функций склонности по числу продавцов и покупателей соответственно.

Ожидаемый объем торгов далее задается как $V = N_o N_b r \alpha$. Это то же самое, что и кинетика массового действия в химии, где реакция между двумя химическими видами в растворе происходит со скоростью, пропорциональной концентрации реагентов и их химическому сродству, но зависит также от таких факторов, как температура. Здесь склонность к торговле α регулируется параметром r , который учитывает точную структуру рынка и степень, и характер взаимодействий между покупателями и продавцами. Обратите внимание, что, как и в химии (Brogioli, 2013), это уравнение служит полезной моделью первого порядка, но может потребоваться модификация при определенных условиях (или агенты могут быть смоделированы индивидуально). В стохастической модели число сделок за торговый цикл длительно-стью τ следует распределению Пуассона со средним значением $\lambda = V\tau$.

Эта популяционная модель также дает другой взгляд на функции склонности. Красная линия на рисунке 2 показывает совокупное число единиц товара $C_b(x)$, проданных отдельному покупателю в предположении, что покупатель начинает с самой низкой доступной цены спроса и продвигается до цены x . Эта кривая задается функцией совокупной склонности продавца, умноженной на число продавцов:

$$C_o(x) = N_o \int_{-\infty}^x P_o(z) dz.$$

Зеленая линия показывает число единиц товара $C_b(x)$, продаваемых отдельным продавцом в предположении, что он начинает от самой высокой возможной цены спроса и работает до цены x :

$$C_b(x) = N_b - N_b \int_{-\infty}^x P_b(z) dz.$$

Эти кумулятивные кривые склонности очень нереалистичны, поскольку они основаны на предположении, что отдельные крупные заявки на покупку и продажу разбиваются на бесконечно малые куски и обрабатываются по порядку. На самом деле, заказы будут обрабатываться в небольшом количестве крупных транзакций. Кривые также устраняют любую вероятностную неопределенность, поскольку предполагается, что покупатели и продавцы обладают совершенной информацией. Однако они интересны тем, что напоминают традиционные графики спроса и предложения, с той разницей, что независимая переменная цена находится на горизонтальной, а не вертикальной оси. Если мы рассматриваем наличные деньги как несущий импульс (Fischer & Braun, 2003), то крупная покупка (или продажа) может рассматриваться как передача импульса, которая возмутит точку цены. Отнюдь не являясь инертной средой обмена, деньги являются основой процедуры измерения, которая влияет на измеряемую систему (Orrell, 2017: 20).

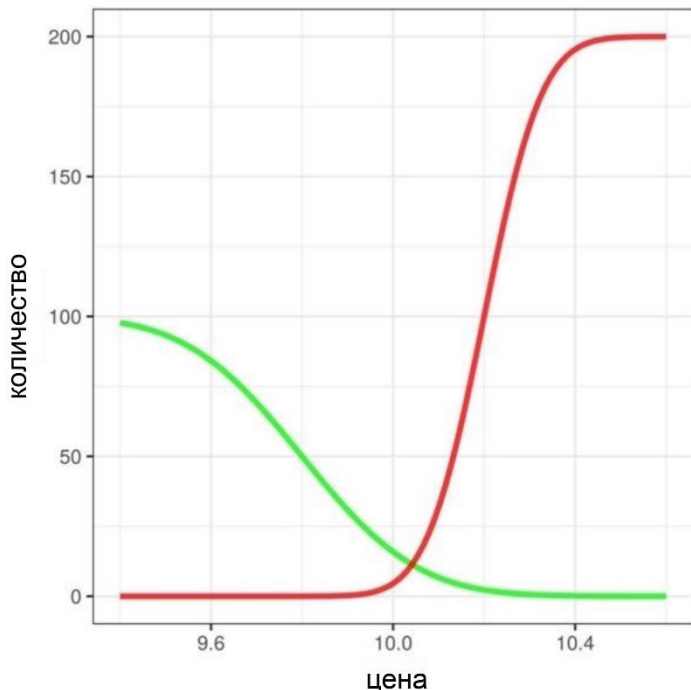


Рисунок 2. Кумулятивные кривые склонности к спросу / предложению для случая со 100 покупателями и 200 продавцами, масштабируемые по числу участников. Красная линия показывает общее количество проданных единиц $C_o(x)$ в предположении, что отдельный покупатель начинает с самой низкой доступной цены и работает до цены x . Максимум для этой кривой равен 200, что соответствует количеству доступных единиц в предположении, что продавцы продают максимум по 1 единице каждый. Зеленая линия показывает число покупок $C_b(x)$ в предположении, что отдельный продавец начинает с самой высокой доступной цены спроса и обрабатывает путь до x .

Здесь мы видим явное различие между детерминистской и вероятностной интерпретациями. В первом случае равновесная цена – полученная с вероятностью 1 точка пересечения, в

которой предложение и спрос равны, а во втором – ожидаемая цена нормально распределена. В вероятностной картине учитывается не только количество покупателей или продавцов, но и их гибкость в согласовании цен, выраженная обратной дисперсией. Как обсуждается далее ниже, модель может быть обобщена для моделирования групповых влияний, когда поставщики коллективно принимают решение об изменении своих ценовых диапазонов.

В этой простой модели предполагается, что покупатели и продавцы в популяции однородны в том смысле, что они разделяют одни и те же функции спроса и предложения. Даже без этого предположения часто должно быть возможно аппроксимировать полную функцию предложения, используя нормальное распределение. Кроме того, хотя мы рассмотрели нормальные распределения здесь из-за их математического удобства, можно было бы рассмотреть различные формы для функций склонности. Главное состоит в том, что произведение этих функций в области вокруг точки интереса цены должно быть аппроксимировано нормальной кривой, которая имеет место, если силы покупателя и продавца, определенные ниже, локально линейны. В целом представляется разумным предположить, что транзакции будут происходить в ограниченном диапазоне и могут быть аппроксимированы описанной здесь моделью.

4. Генератор энтропии

Функции склонности к спросу и предложению на Рис. 1 можно рассматривать как отражающие психическое состояние покупателя / продавца. Как показывает когнитивная психология, решения содержат случайный компонент, поэтому их следует моделировать как вероятностные процессы (Bussemeyer & Bruza, 2012). Однако мы также можем думать об этих кривых как описывающих некую силу. Чтобы мотивировать такой подход, предположим, что текущая цена x выше центральной цены покупателя μ_o . Тогда вероятность покупки задается функцией склонности $P_o(x)$. Сопротивление изменению на некоторую близкую цену $x + \Delta x$ будет зависеть от изменения склонности, обусловленной (или относительно) текущей склонностью. Это равно наклону склонности, деленному на текущую склонность, или $P_o'(x)/P_o(x)$. Поэтому мы определяем силы спроса и предложения как

$$F_o(x) = \gamma \frac{P_o'(x)}{P_o(x)} = \frac{-\gamma(x - \mu_o)}{\sigma_o^2} = -k_o(x - \mu_o)$$

$$F_b(x) = -\gamma \frac{P_b'(x)}{P_b(x)} = \frac{\gamma(x - \mu_b)}{\sigma_b^2} = k_b(x - \mu_b),$$

где $k_o = \gamma/\sigma_o^2$ и $k_b = \gamma/\sigma_b^2$ – силовые константы, а γ – масштабирующий параметр с единицами энергии¹. Сила спроса отклоняется вниз, так как существует сопротивление росту цены, в то время как сила предложения отклоняется вверх. Таким образом, эти силы представляют собой ментальное желание покупателя или продавца приспособить цену к своему собственному предпочтительному уровню. Обратите внимание, что, поскольку функции склонности выбраны как нормальные кривые, соответствующие силы линейны по цене. Поэтому их можно рассматривать как приближение первого порядка к динамике в области центральной точки равновесия. Как видно из приложения, эти силы являются когнитивной версией энтропийных сил, которые отражают тенденцию термодинамической системы максимизировать энтропию, эволюционируя в состояния, которые статистически более вероятны (с той разницей, что они действуют в противоположном направлении, поэтому уменьшают энтропию).

Мы можем точно так же определить силу сделки как энтропийную силу, порожденную совместной вероятностью, где просто суммируются силы покупателя и продавца:

$$F_t(x) = \gamma \frac{P_t'(x)}{P_t(x)} = \gamma \frac{P_o(x)P_b'(x) + P_o'(x)P_b(x)}{P_o(x)P_b(x)} = F_o(x) + F_b(x).$$

Точку, в которой вероятность сделки является наибольшей, можно найти, приравняв производную функции совместной склонности к нулю, так что

$$P_t'(x) = P_o'(x)P_b(x) + P_o(x)P_b'(x) = 0$$

или

$$F_o(x) = -F_b(x),$$

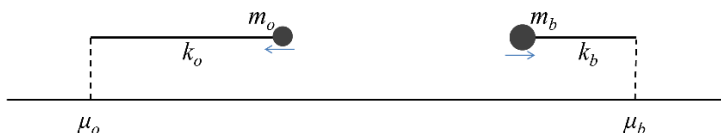
что происходит при цене

$$\mu = \frac{k_o\mu_o + k_b\mu_b}{k_o + k_b}.$$

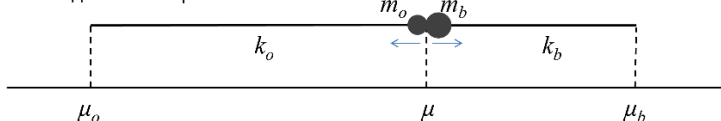
Таким образом, равновесная цена – это точка, в которой силы спроса и предложения находятся в равновесии и $F_t(x) = 0$, как и ожидалось.

Существование восстанавливающей силы согласуется с идеей о том, что рыночные настроения имеют тенденцию колебаться во времени между периодами, например, жадности и страха. Чтобы представить динамику, мы можем вообразить силу $F_t(x)$, действующую на массу $m = m_o + m_b$, где m_o и m_b представляют собой сопротивление изменению покупателя и продавца соответственно, и эти массы соединены вместе, как показано на рисунке 3. Тогда $m\ddot{x} = -k(x - \mu)$, где $k = k_o + k_b$ – уравнение движения для этой связанной системы (диаграмма С на рисунке) Оно имеет колебательное решение $x = \mu + A \cos(\omega t + \varphi)$, где A – амплитуда, $\omega = \sqrt{k/m}$ – частота колебаний, а фаза φ зависит от начальной точки.

А. Независимые



В. Соединенные в равновесии



С. Эквивалентные

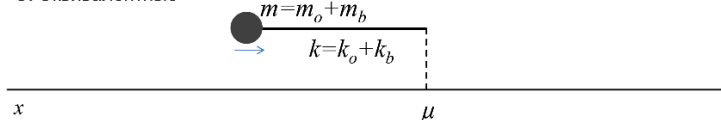


Рисунок 3. На диаграмме А покупатель и продавец представлены массами m_o и m_b , которые независимо колеблются вокруг своих центральных точек с пружинными константами k_o и k_b . Стрелки показывают направление силы. Диаграмма В показывает связанную систему, в которой две массы присоединены и находятся в точке их равновесия μ . Это эквивалентно осциллятору с массой $m = m_o + m_b$ и жесткостью пружины $k = k_o + k_b$ на диаграмме С.

В то время как такая сила выражала бы восстанавливающую тенденцию к центральной цене, она опять-таки детерминирована, а не вероятностна. Кроме того, если не будут добавлены дополнительные условия демпфирования, цена будет

просто отскакивать назад и вперед между двумя крайностями, которые будут зависеть от начальных условий. Распределение вероятностей цен задается уравнением

¹ В (Kondratenko, 2015: 137-138) предлагаются аналогичные силовые требования без соответствующего выражения для массы на том основании, что эти требования отменяются при равновесии.

$$P(x, A) = \frac{1}{\pi\sqrt{A^2 - (x - \mu)^2}}$$

Она, как показано на рисунке 4 ниже, является самой высокой в крайних точках (где скорость изменения самая медленная) и самой низкой в средней точке (где она самая быстрая), что не согласуется с вероятностной картиной на рисунке 1.

Поэтому более реалистичным подходом было бы предположить, что осциллятор управляется случайным шумом. Это приводит к процессу Орнштейна-Уленбека, который является случайным блужданием, возвращающим среднее значение, заданное стохастическим дифференциальным уравнением

$$dx = -\theta kx dt + \sqrt{2D} dW.$$

Здесь dW – Винеровский процесс, D – коэффициент диффузии, а θ – подвижность, измеряющая скорость дрейфа, вызванную данной силой (Titievsky, 2005). Тогда функция плотности вероятности P удовлетворяет уравнению Фоккера-Планка

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \theta k \frac{\partial}{\partial x}(xP) + D \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}.$$

Стационарное решение $P(x)$ является гауссовым со стандартным отклонением $\sigma = \sqrt{D/k}$. Возбужденные состояния расслабляются обратно в это устойчивое состояние из-за диссипации. В физике, если предположить, что система возмущена тепловым шумом, согласно соотношению Эйнштейна, имеем $D = \theta k_B T$, где k_B – постоянная Больцмана, а T – температура. В квантовой модели, разработанной ниже, константа силы удовлетворяет равенству $k = \gamma/\sigma^2$, из чего следует, что $\gamma = D = \theta k_B T$. Для $\theta = 1$ это та же зависимость, полученная путем интерпретации сил спроса и предложения как энтропийных сил, см. Приложение.

5. Квантовый гармонический осциллятор

Хотя, разумеется, логично моделировать систему таким образом как стохастическое дифференциальное уравнение, альтернативным подходом является переход к квантовой структуре, которая предлагает естественный способ обработки ее неопределенных динамических свойств. Например, в то время как стохастический подход предполагает, что цена имеет четко определенное значение в каждый момент времени, квантовая модель признает, что цены, а также ментальные состояния покупателей и продавцов неопределенны до тех пор, пока не измерены посредством транзакции, и этот процесс измерения влияет на цену. Как уже упоминалось в работе (Segal & Segal, 1998: 4072), очевидной особенностью финансовых рынков является то, что невозможно наблюдать как цену актива, так и его мгновенную скорость изменения: это «отсутствие одновременной наблюдаемости оказывается способным к точной математической формулировке только в квантовых терминах». В более общем плане, как упоминалось во введении, информационные потоки, составляющие экономические транзакции, не ведут себя классическим образом и часто лучше подходят для квантового подхода.

В квантовом формализме цена актива представлена волновой функцией, коллапсирующей до определенного значения при измерении через транзакцию, так же как волновая функция для положения частицы коллапсирует до одного числа при измерении. Мы можем перейти к квантовой структуре, «квантовав» классические уравнения. Квантовая версия уравнения пружины – это квантовый гармонический осциллятор, который ограничен дискретным набором энергетических уровней. Основное состояние описывается волновой функцией

$$\psi_E(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar}(x - \mu)^2\right).$$

Соответствующее распределение вероятностей для x является нормальным распределением со средним μ и стандартным отклонением

$$\sigma = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}.$$

Из уравнения Шредингера следует, что временная эволюция осциллятора в основном состоянии задается комплексной волновой функцией

$$\psi_E(x, t) = \exp\left(-\frac{i\omega t}{2}\right)\psi_E(x),$$

которая вращается вокруг воображаемой оси с угловой частотой $\omega/2$. По мере увеличения энергии распределение вероятностей достигает максимума в крайних точках, как и в классическом случае на Рис. 4, в соответствии с принципом соответствия Бора (Rae, 2008: 40). На практике здесь будут использоваться только низкоэнергетические состояния, как описано в разделе 6.

Чтобы увидеть, как это относится к спросу и предложению, мы определяем распределения вероятностей как основные состояния квантовых осцилляторов. Для покупателя или продавца осциллятор может представлять собой своего рода ментальное колебание цен, в то время как для цены сделки он

представляет собой колебание между предпочтительной ценой покупателя и ценой продавца. Как описано ниже, параметр \hbar в этой модели будет определять переход между энергетическими уровнями, в то время как ω представляет собой характеристическую частоту. Затем легко показать (см. Приложение), что уравнения для среднего и стандартного отклонения квантового осциллятора для связанной системы спроса и предложения совпадают с уравнениями для совместной функции склонности из раздела 2. Массовые условия для покупателя и продавца масштабируются обратно пропорционально дисперсии функций склонности, поэтому являются мерой ценовой гибкости. Соответствующее распределение цен показано на рисунке 4, где предполагается, что сделка состоялась (таким образом, общая вероятность равна 1).

Эквивалентность между моделями не зависит от подгонки каких-либо параметров. Единственное дополнительное предположение состоит в том, что силы спроса и предложения масштабируются согласованно образом с дисперсией функций склонности. Следствием этого является то, что частоты покупателя и продавца в процессе сделки одинаковы. В классической модели (Рис.3) это было обеспечено физическим соединением соответствующих им масс, что необходимо для представления единой цены.

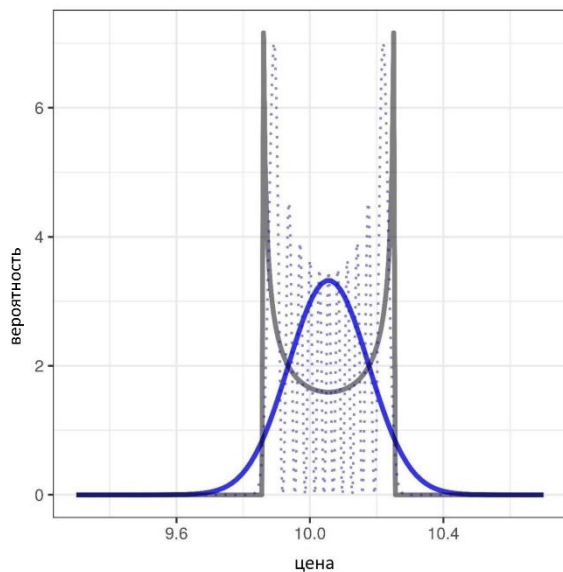


Рисунок 4. Распределения вероятностей положения для классического гармонического осциллятора (серая линия) при высокой энергии, и квантовая модель в ее основном состоянии (синяя линия) и в десятом возбужденном состоянии (пунктир). В классической модели осциллятора вероятность наиболее высока в экстремумах, а не в центре, и диапазон, который здесь равен спрос / предложение, зависит от начальных условий. Квантовый осциллятор соответствует вероятностному распределению цены для сделок с низкой энергией и сходится при сглаживании к классическому распределению по мере увеличения энергии. Десятое собственное состояние показано в иллюстративных целях, обычно используются только состояния с более низкой энергией.

Как обсуждается в заключительном разделе, параметры \hbar и ω служат экономным способом подгонки состояний более высокого энергетического уровня, характерных для наблюдаемых данных. Сравнение с энтропийной версией (см. Приложение) показывает, что $\gamma = \hbar\omega/2 = \theta k_B T$, где коэффициент подвижности θ был установлен на 1. В физике \hbar и k_B являются хорошо определенными константами, причем одна — квантование механического действия, другая — квантование энтропии (Fernández de Córdoba et al., 2016). В экономике они не имеют такого заданного значения, однако наличие фактора подвижности, зависящего от деталей системы, является напоминанием о том, что в экономике эти параметры зависят от контекста и должны соответствовать конкретной модели. Заметим также, что квантование системы изменяет значение параметров (вместо масштабированной температуры появляется масштабированная частота), но не увеличивает их количество, что важно с точки зрения моделирования.

В классической картине, с ценой, моделируемой классическим осциллятором (который можно рассматривать как представление своего рода динамического процесса переговоров), можно было бы представить переговоры о цене, добавляя энергию к системе, чтобы вызвать колебание. В квантовой картине мы можем аналогичным образом добавить количество энергии k_B с помощью оператора смещения (например, если система изначально находится в основном состоянии, то смещение 2σ поднимает энергию на $E_d = \hbar\omega$). Опять же, это можно рассматривать как результат переговорного процесса, когда силы, прилагаемые покупателем и продавцом, смещаются и корректируются в ответ друг на друга. Взаимодействие между группами покупателей или продавцов может иметь аналогичные последствия. Вероятность наблюдения системы в определенном состоянии затем следует распределению Пуассона со средним значением $\lambda = E_d/(\hbar\omega)$.

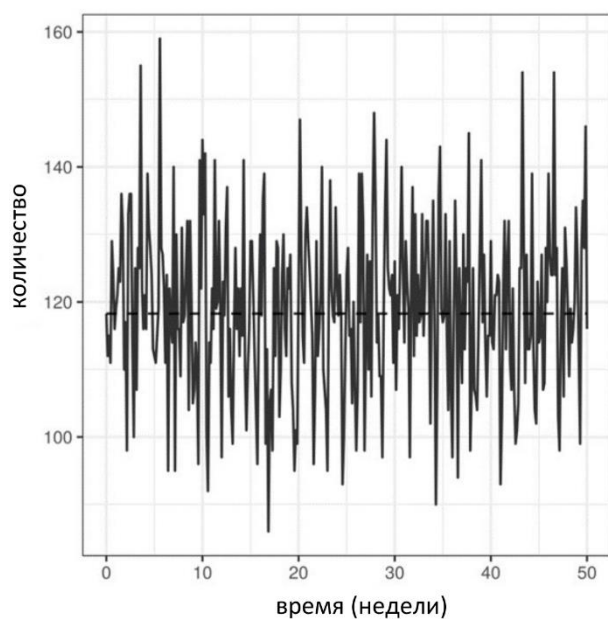
Ряд авторов разработали модели финансового трейдинга, основанные на операторном подходе, как в квантовой теории поля, где операторы создания и аннигиляции используются для моделирования поведения частиц (Schaden, 2002; Bagarello, 2006; Haven et al., 2017; Khrennikova & Patra, 2019). Например, в модели (Gonçalves & Gonçalves, 2008) число покупателей и продавцов представлено числовым оператором, который подсчитывает участников. В начале каждого торгового цикла система находится в основном состоянии, которое затем возмущается оператором смещения. Это приводит систему в так называемое когерентное состояние, где число участников следует распределению Пуассона. Хотя обсуждение операторного подхода выходит за рамки данной статьи, оно предлагает следующую возмож-

ную интерпретацию, которая заключается в рассмотрении системы спроса/предложения в начале торгового цикла как квантового осциллятора в его основном состоянии. Когда начинается согласование, эффект заключается в возмущении системы с увеличением энергии на $E_d = \hbar\omega\lambda$ единиц. Таким образом, в этой картине привлечение денег к столу действует, как своего рода финансовый удар по системе. В результате получается когерентное состояние, которое можно рассматривать как квантовую версию классического осциллирующего состояния. Плотность вероятности является Гауссовой, но колеблется вокруг среднего, а уровень энергии при измерении следует распределению Пуассона со средним λ , поэтому соответствует числу транзакций в вероятностной модели.

Таким образом, состояние системы моделируется как квантовый гармонический осциллятор, свойства которого могут быть получены из вероятностных распределений для покупателя и продавца, измеренных в контексте торговли. Энергия осциллятора, а следовательно, и вероятность совершения сделок в течение торгового цикла отражает как ценовой spread, так и гибкость цены. Квантовая модель может рассматриваться как посредник между двумя классическими моделями: основное состояние соответствует статической вероятностной модели спроса и предложения нормальной формы, в то время как по мере увеличения энергии (т. е. для возбужденных состояний) модель сходится к динамической пружинной модели, где цены колеблются вокруг среднего и имеют наибольшую вероятность наблюдаться на экстремумах. Статистическое поведение по существу совпадает с поведением, полученным из классической стохастической модели, однако существует ряд ключевых различий. Состояние системы моделируется сложной волновой функцией, и переменные, такие как цены или ментальные состояния покупателей и продавцов, рассматриваются как неопределенные до тех пор, пока не измерятся посредством транзакции, которая, как обсуждается ниже, имеет последствия для таких вещей, как эффекты интерференции и запутанности. Квантовая модель имеет нетривиальное основное состояние, которое отражает неопределенность, а не случайный шум. Кроме того, в то время как возбужденные состояния затухают в стохастической модели, в квантовой модели они сохраняются до тех пор, пока волновая функция не будет свернута посредством измерения. Основное операционное допущение состоит в том, что силы покупателя и продавца $F_b(x)$ и $F_o(x)$ линейны в области равновесной цены. Энтропийная природа этих сил делает очевидной связь между информационным обменом, квантовым поведением и экономическими транзакциями.

6. Обсуждение

Вероятностная квантовая модель может быть применена для моделирования финансовых операций несколькими способами. Самый основной – использовать ее как способ генерации стохастических моделей спроса и предложения. Например, на Рис. 5 показаны две модели простой системы, где цена какого-либо товара корректируется продавцом таким образом, чтобы поддерживать определенный уровень запасов (Подробнее см. Приложение). Пунктирная линия показывает равновесный уровень спроса с использованием классического системного динамического подхода. Сплошная линия показывает сценарий, в котором цена устанавливается продавцом, как и раньше, но теперь количество единиц, купленных по этой цене, следует распределению Пуассона, как описано в разделе 3. Эффект заключается в создании стохастического шума в ценовом уровне, даже когда система невозмутима. Другими словами,



случайные изменения здесь вызваны не внешними событиями, как предполагается в традиционных теориях, таких как гипотеза эффективного рынка (Fama, 1965), а врожденной неопределенностью системы. Опять же, это связано с тем, что квантовый осциллятор имеет основное состояние с ненулевой энергией.

Рисунок 5. Прямая пунктирная линия показывает моделирование спроса в модели системной динамики, где цена устанавливается продавцом динамически для поддержания запасов на уровне, в четыре раза превышающем уровень спроса. Система начинается с равновесия, поэтому спрос стабилен. Сплошная линия показывает моделирование, где цена снова устанавливается продавцом динамически, но спрос по этой цене является стохастическим.

Такие стохастические модели широко используются в таких областях, как системная биология, где было показано, что некоторые свойства системы, такие как отрицательная обратная связь, активно подавляют стохастические вариации.

ции из-за небольшого числа молекул (Orrell & Bolouri, 2004; Ramsey et al. 2006), но в экономике их использование обычно ограничивается оценкой последствий случайных внешних шоков, а не внутренней динамики. Поэтому первым шагом будет замена детерминированных уравнений спроса и предложения в традиционных моделях на динамические вероятностные версии. Более крупные модели могут использовать преимущества вычислительных методов, разработанных для моделей системной биологии (Ramsey et al. 2005).

В приложениях такого типа будет использоваться только вероятностный аспект подхода; однако наиболее интересными особенностями квантового осциллятора являются его квантованная энергетическая структура и возможность таких явлений, как интерференция и запутывание между несколькими осцилляторами, которые очень важны для экономики. В качестве простого иллюстративного примера на рисунке 6 показан прототип квантовой агентной модели, в которой 100 покупателей и 200 продавцов выполняют транзакции. Условие массы покупателей имеет колебательную составляющую, которая дает сезонную вариацию. С точки зрения квантовой теории принятия решений (Yukalov & Sornette, 2014), это изменение может быть отнесено к субъективному фактору притяжения, который отражает сезонные отношения и мешает объективным расчетам полезности со стороны покупателя. Конечно, сезонное поведение может быть также продуцировано классическими моделями, но преимущество квантового подхода состоит в том, что он обеспечивает общую основу для обработки таких эффектов.

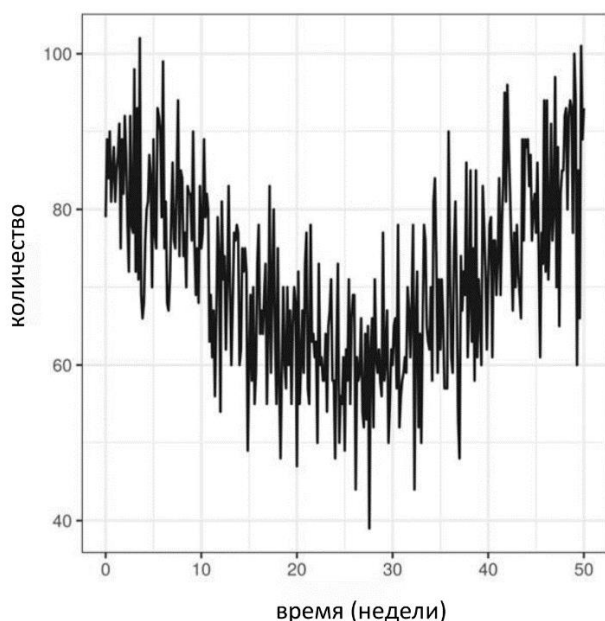


Рисунок 6. Моделирование ежедневного количества сделок для модели, где условие массы для покупателя имеет сезонную составляющую. Когда покупатели менее гибки (более высокая масса), сделок становится меньше. Цена следует аналогичной схеме.

Как уже упоминалось во введении, ряд авторов ранее использовали квантовый осциллятор для моделирования изменений цен активов на финансовых рынках в виде колебаний в потенциальной яме (Piotrowski & Śladkowski 2001; Meng et al. 2015; ; Ahn et al. 2017), причем восстанавливающая сила представляет собой возврат к среднему значению (в отличие от восходящей интерпретации здесь в терминах вероятностных взаимодействий между покупателем и продавцом). Квантовый гамильтониан можно рассматривать как выражение риска акции: кинетический член отражает степень импульса цены, в то время как потенциальный член отражает отклонение от равновесия. Масса m рассматривается как отражение таких свойств, как рыночная капитализация, влияющих на скорость корректировки цены, в то время как ω — характеристическая частота колебаний. Пиотровский и другие (Piotrowski et al 2006) также вывели модель изменения цен активов, основанную на квантовой теории игр, которая следовала процессу Орнштейна-Уленбека, и использовали ее для получения формулы для цены европейского опциона колл.

Как показано выше, энергетические уровни в осцилляторе квантованы с нормальным основным состоянием и более высокими энергетическими уровнями, которые показывают более сложные распределения. В статье (Ahn et al. 2017) показано, что модель квантового осциллятора превзошла традиционные модели стохастических процессов для подгонки исторических изменений цен на фондовой бирже². Было обнаружено, что система находится в основном состоянии почти все время (около 98 процентов), а следующие два уровня способствуют асимметрии и эксцессу, которые характеризуют данные. Более высокие уровни имели незначительный эффект. Частота ω интерпретировалась как мера скорости средней реверсии доходности акций. Это число, конечно, будет зависеть от конкретного рынка и актива; например, в (Balvers, Wu & Gilliland, 2000) проанализирован ряд фондовых рынков и оценен период полураспада реверсии от трех до трех с половиной лет.

Квантовый подход также совместим с моделями типа Изинга из статистической механики, используемых для моделирования динамики фондового рынка (Vouchaud, 2009). В физике модель Изинга была первоначально разработана для моделирования ферромагнитных материалов, где магнитные дипольные моменты атомных спинов могут находиться в одном из двух состояний (+1 или -1). При приложении внешнего магнитного поля взаимодействия между атомами приводят к фазовым переходам между случайным состоянием и состоянием, в котором спины выровнены. Та же идея может быть применена для

² Financial Times Stock Exchange (FTSE) All Share Index

моделирования заражения на фондовом рынке, где участники рынка коллективно меняют свою позицию в отношении оценки активов. Например, Гусев и др. (Gusev et al. 2015) создали эмпирически подобранную модель, в которой цены колеблются в потенциальной яме, которая частично определяется распространением новостей и мнений. В то время как они использовали классическую версию модели Изинга, квантовая версия дала бы аналогичные результаты, хотя снова с особенностью основного состояния, где флуктуации происходят даже в отсутствие новой информации.

Наконец, финансовые рынки характеризуются запутанностью двух видов. Первый – через социальные факторы, такие как культура или новости, второй (и более прямой) – через использование финансовых инструментов, таких как кредиты и производные финансовые инструменты. Как обсуждалось в (Orrell, 2018; 2018a), кредитное соглашение может быть смоделировано как запутанная система, где психическое состояние заемщика для оплаты или дефолта является квантовым состоянием, которое запутано через кредит с кредитором (поэтому дефолт немедленно влияет на статус кредита, даже если кредитор не узнает сразу). Запутанные осцилляторы являются основным продуктом квантовой физики, и некоторые из методов могут быть перенесены в экономику. Осцилляторная модель спроса и предложения могла бы, например, быть включена в квантовые агентные модели, где решения о покупке или продаже рассматриваются как результат квантовых динамических процессов, которые подвержены запутыванию через социальные влияния, но также и через саму финансовую систему. Разработка такой модели является проектом для будущей работы.

7. Выводы

Квантовый подход обеспечивает естественную основу для моделирования спроса и предложения. Основными параметрами являются показатели предпочтительных цен и гибкости, содержащие минимальное описание поведения покупателя / продавца. Подводя итог, можно сделать следующие основные выводы:

- Склонность покупателей и продавцов к участию в сделке может быть смоделирована как совместная кривая склонности, представляющая распределение вероятностей.
- Энтропийная сила, соответствующая кривой, описывает осциллятор, заданный членом обратной дисперсии, который измеряет сопротивление изменению.
- Квантованная версия этого энтропийного осциллятора имеет сложную волновую функцию, квадрат амплитуды которой дает распределение вероятности для цены.
- Основное состояние соответствует исходной кривой склонности, показывающей связь между информационными потоками и квантовой динамикой.
- Неопределенность квантового основного состояния отражает неопределенный характер системы, поэтому изменения цен могут отражать не новую информацию, как в классической модели, а скорее отсутствие информации.
- В то время как классическая модель предполагает, что рыночные обмены приводят систему в состояние равновесия, квантовая модель предполагает, что они приводят ее в состояние более полной информации (более низкой энтропии).
- Возбужденные энергетические состояния осциллятора вносят свой вклад в перекокс и эксцесс, характеризующие финансовую статистику.
- Модель имеет ряд применений, в том числе в качестве инструмента для выполнения стохастического моделирования или в качестве основы для квантовой агент-ориентированной модели.

Хотя, как показано выше, несколько похожая модель может быть получена с использованием стохастических дифференциальных уравнений, отличительной особенностью квантовой версии является то, что цена моделируется волновой функцией, коллапсирующей до заданного значения только при измерении во время сделки. Это правильно отражает неопределенность финансовых систем; включает в себя тот факт, что процедура измерения влияет на измеряемую систему; и формирует естественный интерфейс для изучения эффектов интерференции в познании, запутанности через социальные и финансовые связи и динамики возбужденных энергетических состояний.

Благодарности

Автор хотел бы поблагодарить Михаэля Шнабеля и четырех анонимных рецензентов за их комментарии по более ранним проектам, которые привели к существенному улучшению рукописи.

Приложение

В этом приложении даны дополнительные математические сведения по уравнениям для силы склонности из раздела 4, гармонического осциллятора (Раздел 5) и модели инвентаризации (Раздел 6), а также таблицы с перечислением ключевых параметров и уравнений.

Энтропийные силы

В статистической механике сила $f(x)$ с потенциалом $U(x)$, действующая на одну частицу, дает распределение вероятности $P(x)$ для положения частицы

$$P(x) = C \exp\left(-\frac{U(x)}{k_B T}\right),$$

где T – температура, k_B – постоянная Больцмана, а C – нормализующая константа. Отсюда следует, что

$$f(x) = -k_B T \frac{d}{dx} \log P(x) = -k_B T \frac{P'(x)}{P(x)}.$$

Эти силы также называются энтропийными, поскольку они отражают тенденцию системы к достижению максимальной энтропии (Sokolov, 2010). Поэтому силу склонности можно рассматривать как энтропийную силу, действующую на психическое состояние покупателя/продавца, с постоянной $\gamma = k_B T$. В физике это условие означает количество тепла, необходимое для увеличения термодинамической энтропии системы, измеряемой в натуральных единицах. Как будет видно далее, квантовая модель дает $\gamma = \hbar\omega/2$, что является самым низким энергетическим состоянием осциллятора и может быть интерпретировано как уровень тепла для системы. Этот результат согласуется с выводом закона Гука с использованием энтропийных сил и принципа минимальной информации в (Roos, 2014). Таким образом, силы склонности являются когнитивной версией энтропийных сил, с той разницей, что они противодействуют тенденции к беспорядочности и, следовательно, действуют в противоположном направлении. Исходя из $k_B T = \hbar\omega/2$, мы также можем записать период в виде $\tau = 2\pi/\omega = \pi\tau_B$, где время Больцмана $\tau_B = \hbar/(k_B T)$ является теоретическим заказом времени, необходимым для произвольного (поэтому не обязательно реалистичного) нестационарного состояния для достижения теплового равновесия (Goldstein et al., 2015).

Уравнения для связанного генератора спроса и предложения

Используя уравнение $\sigma = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}$ для стандартного отклонения основного состояния квантового гармонического осциллятора, мы можем записать соответствующие массы покупателя и продавца в виде

$$m_o = \frac{\hbar}{2\omega_o \sigma_o^2}$$

$$m_b = \frac{\hbar}{2\omega_b \sigma_b^2}.$$

Будем считать, что силовые константы k_o и k_b масштабируются одинаково с массой, из чего следует, что частоты колебаний для покупателя и продавца одинаковы, поэтому $\omega_o = \omega_b = \omega$. С учетом выражения для частоты и массы получим

$$k_o = m_o \omega^2 = \frac{\hbar\omega}{2\sigma_o^2}$$

$$k_b = m_b \omega^2 = \frac{\hbar\omega}{2\sigma_b^2}.$$

Заметим, что имеет место совпадения с силовыми константами для сил спроса и предложения в разделе 2, тогда как коэффициент масштабирования там был установлен на $\gamma = \hbar\omega/2$. Поскольку $k = k_o + k_b$ для совместной системы спроса и предложения, мы можем написать

$$\frac{\hbar\omega}{2\sigma^2} = \frac{\hbar\omega}{2\sigma_o^2} + \frac{\hbar\omega}{2\sigma_b^2}$$

и решение для стандартного отклонения σ дает

$$\sigma = \frac{\sigma_o \sigma_b}{\sqrt{\sigma_o^2 + \sigma_b^2}}.$$

Соответствующая масса

$$m = m_o + m_b = \frac{\hbar}{2\omega\sigma^2},$$

а центр масс – это

$$\mu = \frac{k_o \mu_o + k_b \mu_b}{k_o + k_b} = \frac{\sigma_b^2 \mu_o + \sigma_o^2 \mu_b}{\sigma_o^2 + \sigma_b^2}.$$

Эти параметры такие же, как и для произведения нормальных вероятностных распределений спроса и предложения. Интересно отметить, что обратная зависимость между массой m и волатильностью σ^2 получена с помощью полностью независимых квантовых финансовых анализов в (Schaden, 2002; Vaaquie, 2007: 52).

Складская модель

Складская модель была адаптирована из модели динамики систем, представленной в (Whelan & Msefer, 1994). На каждом временном шаге цена корректируется, чтобы поддерживать уровень запасов, равный четырехкратному текущему спросу. В классической модели динамики систем уравнение запаса имеет вид

$$i_{t+1} = i_t + s_t - d_t,$$

где предложение s_t и спрос d_t определяются их соответствующими расписаниями. Цена для следующего временного шага определяется по формуле

$$p_{t+1} = \left(1 + \frac{(1 - r_t)}{\gamma}\right) p_t,$$

где коэффициент запаса равен

$$r_t = \frac{i_t}{4d_t},$$

а $\gamma = 30$ отражает инерцию в регулировании цены. Таким образом, система находится в равновесии, когда запасы в четыре раза превышают спрос.

В квантовой модели уравнения те же, за исключением того, что спрос по цене, установленной продавцом, является вероятностным, поэтому количество приобретенных единиц следует распределению Пуассона. Эффект заключается в том, чтобы ввести уровень стохастического шума.

Основные параметры и уравнения

Все примеры моделирования в статье были выполнены с использованием параметров по умолчанию из приложения QuantumSD³. Ключевые параметры перечислены ниже. Используемые размерности: М – для массы, Т – для времени и L – для натурального логарифма цены.

Таблица А.1 Список основных параметров

Параметр	Символ	Значение по умолчанию	Размерности
Подразумеваемая цена спроса	μ_b	10.2	L
Подразумеваемая цена предложения	μ_o	9.8	L
Стандартное отклонение продавца	σ_o	0.2	L
Стандартное отклонение покупателя	σ_b	0.1	L
Количество продавцов	N_o	200	-
Количество покупателей	N_b	100	-
Постоянная планка	\hbar	See text	ML^2T^{-1}
Частота	ω	See text	T^{-1}
Номинальные параметры	r	0.01	LT^{-1}

В таблице ниже перечислены основные используемые формулы.

Таблица А.2 Список основных формул

Переменная	Символ	Формула	Размерности
Склонность к предложению	$P_o(x)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_o^2}} \exp\left(-\frac{\mu_o^2}{2\sigma_o^2}\right)$	L^{-1}
Склонность к спросу	$P_b(x)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_b^2}} \exp\left(-\frac{\mu_b^2}{2\sigma_b^2}\right)$	L^{-1}
Сила спроса	$F_b(x)$	$-k_b(x - \mu_b)$	MLT^{-2}
Сила предложения	$F_o(x)$	$k_o(x - \mu_o)$	MLT^{-2}
Постоянная силы спроса	k_b	$\frac{\hbar\omega}{2\sigma_o^2}$	MT^{-2}
Постоянная силы предложения	k_o	$\frac{\hbar\omega}{2\sigma_b^2}$	MT^{-2}
Совместное среднее	μ	$\frac{\sigma_b^2\mu_o + \sigma_o^2\mu_b}{\sigma_o^2 + \sigma_b^2}$	L
Совместное стандартное отклонение	σ	$\frac{\sigma_o\sigma_b}{\sqrt{\sigma_o^2 + \sigma_b^2}}$	L
Масса связанной системы	m	$\frac{\hbar}{2\omega\sigma^2}$	M
Спред спроса-предложения	μ_t	$\mu_b - \mu_o$	L
Стандартное отклонение для α	σ_t	$\sqrt{\sigma_o^2 + \sigma_b^2}$	L
Коэффициент масштабирования для склонности к торговле	α	$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\left(-\frac{\mu_t^2}{2\sigma_t^2}\right)$	L^{-1}
Совместная склонность	$P_t(x)$	$\frac{\alpha}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{\mu^2}{2\sigma^2}\right)$	L^{-2}
Объем торговли	$V(x)$	$N_o N_b r \alpha$	T^{-1}

³ Они доступны по адресу: <https://david-systemsforecasting.shinyapps.io/supplydemand/>

References:

1. Автoр Ahn K, Choi MY, Dai B, Sohn S and Yang B (2017). Modeling stock return distributions with a quantum harmonic oscillator. *EPL* 120(3) , 38003.
2. Baaquie BE (2007) *Quantum Finance: Path Integrals and Hamiltonians for Options and Interest Rates*. Cambridge: Cambridge University Press.
3. Bagarello F (2006) An operatorial approach to stock markets. *Journal of Physics A* 39 (22): 6823-6840.
4. Balvers R , Wu Y, and Gilliland E (2000). Mean Reversion across National Stock Markets and Parametric Contrarian Investment Strategies. *The Journal of Finance*, 55: 745-772.
5. Bouchaud J-P (2009). The (unfortunate) complexity of the economy. *Physics World*, 22, pp. 28–32.
6. Brogioli, Doriano. (2013). Violation of the mass-action law in dilute chemical systems. *The Journal of chemical physics*. 139(18): 184102.
7. Bromiley PA (2018) Products and Convolutions of Gaussian Probability Density Functions, Tina Memo No. 2003-003. Available from: <http://www.tina-vision.net/docs/memos/2003-003.pdf>
8. Busemeyer J and Bruza P (2012). *Quantum Models of Cognition and Decision* (Cambridge: Cambridge University Press).
9. Fama EF (1965). *Random walks in stock-market prices*. Chicago: Graduate School of Business, University of Chicago.
10. Fernández de Córdoba P, Isidro J, & Vázquez Molina J (2016). Schroedinger vs. Navier–Stokes. *Entropy* 18(1):34.
11. Fischer R & Braun, D (2003). Nontrivial bookkeeping: A mechanical perspective. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 324: 266-271.
12. Goldstein S, Hara T, & Tasaki H (2015). Extremely quick thermalization in a macroscopic quantum system for a typical nonequilibrium subspace. *New Journal of Physics* 17(4): 045002.
13. Gonçalves, C.P. & Gonçalves, C. (2008), 'An Evolutionary Quantum Game Model of Financial Market Dynamics – Theory and Evidence'. *Capital Markets: Asset Pricing & Valuation* 11(31).
14. Gusev M, Kroujiline D, Govorkov B, Sharov S, Ushanov D, Zhilyaev M (2015). Predictable markets? A news-driven model of the stock market, *Algorithmic Finance*, 4 (1-2), pp. 5-51.
15. Haven E, Khrennikov A & Robinson T (2017). *Quantum Methods for Social Science: A First Course*, New Jersey: World Scientific.
16. Höne KE (27 April 2017). Quantum Social Science. *Oxford Bibliographies*. Available at: <http://www.oxfordbibliographies.com/view/document/obo-9780199743292/obo-9780199743292-0203.xml>
17. Khrennikova P & Patra S (2019). Asset trading under non-classical ambiguity and heterogeneous beliefs. *Physica A* 521(C): 562-577.
18. Kondratenko, AV (2015). *Probabilistic Economic Theory*, Novosibirsk: Nauka.
19. Lecca P. (2013). Stochastic chemical kinetics : A review of the modeling and simulation approaches. *Biophysical reviews*, 5(4), 323–345.
20. Meng X, Zhang J-W, Xu J, Guo H (2015), "Quantum spatial-periodic harmonic model for daily price-limited stock markets", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 438 (15), pp. 154-160.
21. Norwich KH (1993). *Information, sensation, and perception*. San Diego, CA: Academic Press.
22. Orrell D (2017). A Quantum Theory of Money and Value, Part 2: The Uncertainty Principle. *Economic Thought* 6(2): 14-26.
23. Orrell D (2018). *Quantum Economics: The New Science of Money*, London: Icon Books.
24. Orrell D (2018a). Quantum Economics. *Economic Thought* 7(2): 63-81.
25. Orrell D & Bolouri H (2004). Control of internal and external noise in genetic regulatory networks. *Journal of Theoretical Biology* 230(3):301-12.
26. Piotrowski E W & Śładkowski J (2001). Quantum-like approach to financial risk: Quantum anthropic principle. *Acta Physica Polonica*, B32, 3873–3879.
27. Piotrowski EW, Schroeder M & Zambrzycka A (2006). Quantum extension of European option pricing based on the Ornstein Uhlenbeck process. *Physica A*. 368: 176–182
28. Qadir A (1978) Quantum Economics. *Pakistan Economic and Social Review*, 16(3/4): 117–126.
29. Rae, AIM (2008), *Quantum Mechanics* (5th edn) (London: Taylor & Francis).
30. Ramsey S, Orrell D, Bolouri H (2005). Dizzy: stochastic simulation of large-scale genetic regulatory networks. *Journal of bioinformatics and computational biology* 3 (02), 415-436.
31. Ramsey S, Smith J, Orrell D, Marelli M, Petersen T, de Atauri P, Bolouri H, Aitchison J (2006), 'Dual feedback loops in the GAL regulon suppress cellular heterogeneity in yeast', *Nature genetics* 38(9): 1082.
32. Roos N (2014), Entropic forces in Brownian motion, *American Journal of Physics* 82(12): 1161-1166.
33. Schaden M (2002) Quantum finance. *Physica A* 316(1): 511-538.
34. Segal W & Segal IE (1998), The Black–Scholes pricing formula in the quantum context. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 95(7): 4072-4075.

35. Sokolov IM (2010) Statistical mechanics of entropic forces: disassembling a toy. *European Journal of Physics* 31: 1353–1367.
36. Titievsky K (2005) Lecture 14: Applications in Statistical Mechanics. Department of Chemical Engineering, MIT. <https://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-366-random-walks-and-diffusion-fall-2006/study-materials/lec14.pdf>.
37. Wendt A (2015) *Quantum Mind and Social Science: Unifying Physical and Social Ontology*. Cambridge: Cambridge University Press.
38. Whelan J and Msefer K (1994). Economic Supply & Demand. MIT System Dynamics in Education Project. Available from: <https://ocw.mit.edu/courses/sloan-school-of-management/15-988-system-dynamics-self-study-fall-1998-spring-1999/readings/economics.pdf>
39. Williams PM (1980). Bayesian Conditionalisation and the Principle of Minimum Information, *The British Journal for the Philosophy of Science* 31(2): 131-144.
40. Yukalov VI & Sornette D (2014), Conditions for Quantum Interference in Cognitive Sciences. *Topics in Cognitive Science* 6: 79-90.

David Orrell, (leonorrell@yahoo.com)

Ключевые слова

Ключевые слова: квантовая экономика, квантовые финансы, квантовое познание, энтропийные силы, гармонический осциллятор, квантовая агент-ориентированная модель

David Orrell, A quantum model of supply and demand

Keywords

quantum economics, quantum finance, quantum cognition, entropic forces, harmonic oscillator, quantum agent-based model

DOI: 10.34706/DE-2019-03-08

JEL Classification: D00, D80, G10

Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, <https://doi.org/10.1016/j.physa.2019.122928>

Abstract

One of the most iconic and influential graphics in economics is the figure showing supply and demand as two lines sloping in opposite directions, with the point at which they intersect representing the equilibrium price which perfectly balances supply and demand. The figure, which dates back to the nineteenth century, can be seen as a graphical representation of Adam Smith's invisible hand, which is said to guide prices to their optimal level, and features in nearly every introductory textbook. However this figure suffers from a number of basic drawbacks. One is that it does not express a dynamical view of market forces, so it is not clear how prices converge on an equilibrium. Another is that it views supply and demand as deterministic, when in fact they are intrinsically uncertain in nature. This paper addresses these issues by using a quantum framework to model supply and demand as, not a cross, but a probabilistic wave, with an associated entropic force. The approach is used to derive from first principles a technique for modeling asset price changes using a quantum harmonic oscillator, that has been previously used and empirically tested in quantum finance. The method is demonstrated for a simple system, and applications in other areas of economics are discussed.

Перевод сделан по согласованию с автором на основе свободно распространяемой версии текста SSRN-id3376652.pdf, размещенного в открытом доступе по адресу

SSRN: <https://www.ssrn.com/abstract=3376652>

Журнальная версия текста доступна по адресу

<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437119316607?dgcid=author>