

УДК: 316.5, 519.81, 004.67

1.6. Визуализация социальных представлений о будущем на основе тропической геометрии

Козырев А. Н., Ноакк Н.В., Костина Т.А.
ЦЭМИ РАН, г. Москва, Россия

В статье показаны преимущества тропической геометрии при визуализации результатов исследований в области социальной психологии. В качестве наглядного примера использованы результаты опроса, проведенного ранее в рамках исследования социальных представлений о будущем. Преимущество визуализации результатов опроса средствами тропической геометрии заключается, как минимум, в двух особенностях. Первое из них – большая наглядность, достигаемая благодаря геометрии, второе – возможность сосредоточить внимание на пограничных областях, где небольшое изменение условий может привести к изменению результатов исследования и, как следствие, к другим выводам. Именно второе преимущество связано с особенностями тропической математики. В статье эти преимущества показаны в простейшем случае, когда используются только два показателя и лишь элементы тропической геометрии, дальнейшие перспективы лишь анонсированы.

1. Введение

Предлагаемая статья задумана и написана с дальним прицелом – показать преимущества тропической (идемпотентной) математики перед традиционными подходами при использовании математических методов в науках об обществе, включая психологию и социологию. Ближайшая цель – наглядно продемонстрировать одно из таких преимуществ на простом, но содержательном примере. В этом качестве использована визуализация результатов опроса, проведенного в рамках исследования социальных представлений о будущем (Ноакк, Костина, Ивлева, 2025). В данном случае из всего аппарата тропической математики используются лишь отдельные элементы тропической геометрии и только для визуализации ранее полученных результатов наряду с классической схемой Вержеса. Это позволяет не перегружать потенциального читателя новыми для него понятиями и обозначениями, а также сравнить преимущества того и другого подхода. Речь идет, скорее, о дополнении одного подхода другим (Козырев, 2025), (Baldwin, Klemperer, 2019).

Термин «визуализация» в данном случае понимается достаточно широко, то есть под визуализацией понимаются не только рисунки, графики и диаграммы, но и другие способы представления информации, облегчающие ее восприятие, в том числе это классическая классификация Вержеса, используемая ниже для сравнения с визуализацией на основе тропической геометрии.

Визуализация результатов исследований в области социальной психологии, как и в любых других исследованиях, существенно облегчает осмысление полученных результатов, но одновременно накладывает определенные ограничения. В частности, это касается размерности рассматриваемых геометрических объектов или числа переменных. По этой причине далее число переменных сведено к минимуму, а тропическая гиперповерхность – это тропическая прямая (Литвинов, 2005).

2. Основная часть.

2.1. Классические подходы к представлению результатов исследования

Как уже говорилось выше, в работе использованы результаты исследования социальных представлений о будущем (Ноакк, Костина, Ивлева, 2025), проведенного ранее с применением классических методов (Vergès, 1992), (Abrig, 1993). Для исследования была сделана выборка респондентов – 80 человек, все с высшим образованием, россияне. Респондентам было предложено написать не менее 5 ассоциаций к стимулу «Будущее». В результате получилось 80 заполненных анкет с упорядоченными наборами ассоциаций. Число ассоциаций, повторяющихся не менее 4-х раз, составило 25. Каждая из них имела такой показатель, как частота упоминания, но помимо этого еще и место в ряду при каждом упоминании. Наибольшая частота упоминаний одной ассоциации составила 11, при этом число ассоциаций не ограничивалось пятью и могло быть больше, а частота их упоминаний могла быть и меньше четырех. Такое разнообразие ответов представляет определенные неудобства при их восприятии и исследовании.

При классическом подходе к визуализации с применением классификации Вержеса (Vergès, 1992), (Бовина и др. 2022), число показателей сводится к двум, что очень удобно для сравнения с визуализацией на плоскости средствами тропической геометрии. Одним из показателей значимости той или иной ассоциации считается частота ее упоминания в ответах, вторым показателем в этой классификации является ранг ассоциации, получаемый усреднением ее местоположения при упоминании в анкетах (Vergès, 1992), (Abrig, 1993). Здесь важно подчеркнуть, что частота упоминания – свидетельство существенности упоминаемого признака (ассоциации), тогда как с рангом ситуация немного иная. Чем раньше упоминается ассоциация, тем более значимой она считается (Емельянова, 2016). С этим обстоятельством связаны некоторые трудности усреднения этого показателя. Но для классификации Вержеса

здесь проблем не возникает, берутся медианные значения обоих показателей, ядро образуют ассоциации с упоминанием чаще медианы и рангом меньше медианы.

Классическое представление результатов – это строгая по понятиям психологов и удобная классификация, но ее нельзя назвать визуализацией в полном смысле слова, хотя переход от необработанного набора данных к такому представлению выполняет ту же роль, что и визуализация – сделать результаты пригодными для восприятия человеком визуально. Ограничение такого представления: точка, лежащая «впритык» к порогу, и точка, далеко от порога, на рисунке 1 выглядят одинаково (в одной клетке), хотя по смыслу они различаются: первая – пограничная/неустойчивая, вторая – более устойчивая.

То есть классика относительно хорошо отвечает на вопрос «куда отнести» тот или иной набор ассоциаций, но слабо отвечает на вопрос «насколько устойчиво такое отнесение и почему». Информация об этом при переходе к таблице теряется, но именно она часто представляет наибольший интерес. Именно на это позволяет сделать тропический подход к описанию результатов, но для этого имеет смысл описать используемые в классической схеме переменные на формальном языке, что мы и делаем. У нас есть набор повторяющихся ассоциаций (групп) $i = 1, \dots, 25$. Для каждой группы ассоциаций i измерены h_i (частота) и p_i (средний ранг). Заданы пороги: $h_0 = 6$ – медиана частоты; p_0 – медианный ранг. Далее вводим четыре области. Ядро определяется условиями $h_i \geq h_0, p_i < p_0$; периферия 1 – зона потенциальных изменений – условиями $h_i < h_0, p_i < p_0$; периферия 2 – условиями $h_i < h_0, p_i \geq p_0$; периферия (3 внешние влияния) – $h_i \geq h_0, p_i \geq p_0$.

(6; 2,7)	
Квадрат 1 (частота ≥ 6 ; ранг $< 2,7$) ЯДРО	Квадрат 3 (частота ≥ 6 ; ранг $\geq 2,7$) ПЕРИФЕРИЯ 1 Внешнее влияние
МИР (11; 2,6)	ДЕТИ (11; 3,4)
НЕИЗВЕСТНОСТЬ (7; 2,0)	ЛЮБОВЬ (7; 3,3)
СЧАСТЬЕ (10; 2,2)	РАЗВИТИЕ (7; 3,0)
ТЕХНОЛОГИИ (10; 1,7)	СТАРЕНИЕ (8; 2,8)
	СВЕТЛОЕ (7; 2,7)
Квадрат 2 (частота < 6 ; ранг $< 2,7$) ПЕРИФЕРИЯ 1 Зона потенциальных измен	Квадрат 4 (частота < 6 ; ; ранг $\geq 2,7$) ПЕРИФЕРИЯ 2
ИИ (4; 1,3)	ВНУКИ (5; 3,4)
ЖИЗНЬ (5; 2,2)	ВОЗМОЖНОСТИ (4; 2,8)
ЛУЧШЕ (4; 2,5)	ПРОГРЕСС (4; 4,5)
НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ (5; 2,6)	РАБОТА (6; 2,7)
НОВОЕ (4; 2,5)	РОБОТЫ (6; 2,7)
СЕМЬЯ (6; 2,3)	СВОБОДА (4; 3,0)
СТАБИЛЬНОСТЬ (4; 1,5)	СПОКОЙСТВИЕ (6; 3,2)
СТРАХ (6; 1,7)	

Рисунок 1. Классическое представление результатов

Подход, используемый в известных случаях применения тропической геометрии к теории игр и экономическим задачам с дискретными переменными, заключается в том, что с самого начала внимание обращено на условия перехода от одного устойчивого состояния к другому, или (в других терминах) от одного однозначного выбора к другому, то есть имеется в виду та самая граница «устойчивости» или «неустойчивости».

2.2. Тропический подход к визуализации

При переходе к визуализации на основе тропической геометрии удобно инвертировать координату частоты путем замены h_i на $X_i = N_{\max} - h_i$, где $h_i = 11$ – максимальная частота.

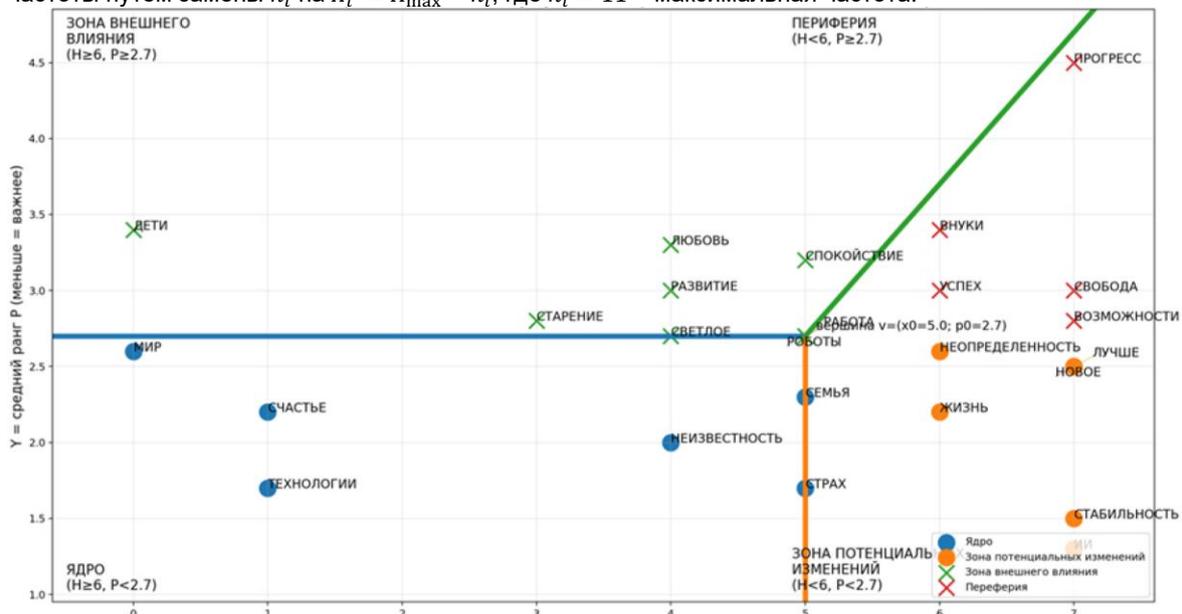


Рисунок 2. «Тропическое» представление результатов.

На рисунке 2 представлена тропическая гиперповерхность, состоящая из трех лучей и разделяющая неотрицательный ортант на 3 клетки. Медиана $x_0 = N_{\max} - h_0 = 11 - 6 = 5$ определяет оранжевый

луч, медиана p_0 остается на месте и определяет голубой луч. Зеленый луч разделяет надвое зону, соответствующую периферии. Вместо трех её типов получаем только два, но зато видим, насколько те или иные ответы далеки от попадания в ядро и по каким причинам, Такова картина в целом.

Остается показать происхождение трех разделяющих лучей. Для этого необходимы минимальные сведения из тропической алгебры и геометрии. Таким минимумом мы и ограничимся, причем каждый шаг будем сопровождать пояснением, что он означает на языке обычной арифметики. За более подробной информацией стоит обратиться к обзору (Козырев, 2025) и ссылкам в нем.

Принципиальное отличие тропической математики (не только геометрии) заключается в том, что арифметическая операция сложения заменяется идемпотентной операцией максимума или минимума, обычно обозначаемой символом \oplus . Арифметическая операция умножения заменяется обычным сложением и обозначается \otimes . Если \oplus – операция максимума, то в качестве нуля используется $-\infty$ (минус бесконечность), если операция минимума, то $+\infty$ (плюс бесконечность). Единицей в обоих случаях служит обычный ноль. В том и другом случае получается полуполе, так как идемпотентные операции необратимы, в полуполе отсутствует операция вычитания, тем оно отличается от поля. Выбор в качестве \oplus операции максимума или минимума в значительной степени условен, поскольку получаемые полуполя изоморфны. Для перехода от одного к другому достаточно заменить саму операцию и знаки всех переменных на противоположные. Ноль при этом останется нулем и послужит единицей.

Решение тропического уравнения понимается как равенство любых двух одночленов между собой, применительно к уравнению $a \otimes x \oplus b \otimes y = c$ это решение набора равенств $a \otimes x = b \otimes y$, $a \otimes x = c$, $b \otimes y = c$. В переводе на язык обычной математики это равенства $a + x = b + y$, $a + x = c$ и $b + y = c$.

Независимо от выбора в качестве \oplus операции $a \oplus b = \min(a, b)$ или $a \oplus b = \max(a, b)$ получаем три прямые, проходящие через точку с координатами $(c - a, c - b)$. Далее надо учесть то обстоятельство, что мы работаем с неотрицательными величинами, и отбросить лишние лучи, а выбор здесь определяется тем, какие области нас интересуют. В итоге получим то, что именуется тропической гиперповерхностью, разделяющей пространство на клетки. Ограничимся простейшим случаем.

В конкретном случае (рисунок 2) выбор определялся тем, что нас интересовала, прежде всего, та область неотрицательного ортанта, которая могла бы соответствовать ядру в смысле классификации Вержеса. Отсюда получаем $c - a = x_0 = 5$ и $c - b = p_0 = 3.7$. Третье уравнение $a + x = b + y$ определяет наклон зеленого луча в 45%. Особого содержательного смысла в этом нет, впрочем, как и в разбиении периферии в классификации Вержеса на 3 квадранта. Так или иначе мы получаем не просто периферию, а наблюдаемое визуально расположение ответов, не попавших в ядро, относительно этого ядра.

Содержательный смысл можно увидеть в том, чтобы принять $c = 11$ и $a = 6$, поскольку 11 – максимальная частота упоминаний одной ассоциации в исходной выборке, 6 – медиана, а переменная x получается как разность между максимальной возможной частотой и наблюдаемой частотой в той или иной конкретной ситуации. После этого остается принять $b = 11 - 3.7$, чему не так-то просто придать содержательный смысл. Но тут стоит напомнить, что мы специально выбирали параметры a , b и c так, чтобы ядро по классификации Вержеса попало в нужную клетку на рисунке 2, а для этого пришлось делать замену переменной, соответствующей частоте. А отсюда следует следующий вопрос: а не лучше ли было делать замену переменной не для частоты, а для ранга? Но об этом чуть позже.

2.3. Сравнение классического и «тропического» подходов.

В классической схеме Вержеса (Vergès, 1992; Abric, 1993) по умолчанию получается 4 квадранта, потому что мы проводим две независимые отсечки – по частоте и по рангу. Однако в нашей «тропической» визуализации мы не стремились разделить Периферию как самостоятельную зону по двум причинам.

1. Периферия – не стабильная зона, а наиболее разрозненная и контекст-зависимая часть представления (Емельянова, 2016). Она не обязана быть структурно однородной, так как в нее попадают и случайные элементы. Поэтому попытка ее выделить часто создает иллюзию устойчивой структуры.

2. Нам принципиально важно видеть именно расположение смысловых групп на плоскости, а не только табличное распределение.

В исследовательской логике социальных представлений часто важны два наблюдения:

- где именно в пространстве частота–ранг находятся группы ассоциаций (Бовина и др., 2022);
- насколько близко они к порогам и какова их конфигурация вокруг пороговой вершины.

Тропическое представление как раз отвечает этому запросу – оно показывает три режима доминирования и делает видимой пограничность.

1. В тропическом подходе появляются понятия «устойчивости» и «пограничности». Точки, которые лежат на лучах или близко к вершине, приобретают пограничные смыслы – малый сдвиг порога может перекинуть их между зонами. В классике это не видно, там все точки внутри квадранта «равны».

2. Видно, какая группа ассоциаций «ведет» зону. Тропическая геометрия позволяет увидеть точку в другом формате: доминирует частота (массовость), доминирует ранг (значимость), нет доминирования. Это важно для интерпретации – мы видим, за счет чего элемент становится «ядром» или другой зоной и где в этой зоне находится, а не только факт попадания.

3. Диагональ дает отдельное визуальное место для «компромиссных» смыслов. Диагональный луч – это зона, где критерии сравнимы по силе. Это часто самые интересные элементы: они неочевидно

ядро и неочевидно периферия, а смыслы «на балансе». В классике такой зоны нет – компромиссные случаи растворяются в квадрантах.

4. Периферия не выделяется как устойчивый блок. Мы не пытаемся сделать периферию отдельной структурной зоной, потому что она по природе гетерогенна. Периферийные элементы не «оформляются» в отдельный квадрант, а воспринимаются как область, где нет устойчивого доминирования и где больше индивидуального/контекстного.

5. Улучшается «читабельность карты» как пространства смыслов. Это удобно для анализа – где «сгустки», где «края», где «сдвиги», тропическая визуализация выигрывает, она показывает топологию представления – структуру вокруг порога и границы конкуренции критериев.

2.4. Вопрос о корректности определения ранга

Как уже говорилось выше, в работе использованы результаты исследования социальных представлений о будущем (Ноакк, Костина, Ивлева, 2025), проведенного ранее с применением классических методов. В ходе исследования бала сделана выборка респондентов – 80 человек, что достаточно много для исследования, проводимого малыми силами. При наличии дополнительных ресурсов для проведения опроса респондентов могло быть гораздо больше, но обработка даже 80 опросников по 5 и более ответов в каждом – достаточно большая работа. А потому сделан выбор ответов (ассоциаций), встречавшихся не менее 4-х раз, в результате получилось 25 групп $i \in \{1, \dots, 25\}$. Самая большая из них насчитывает 11 упоминаний, самая маленькая 4. Потеря информации здесь есть, но в целом все понятно.

Гораздо больше сомнений вызывает усреднение частоты упоминаний той или иной ассоциации при расчете рангов. Так, если ассоциация i упоминалась в опросах, скажем, 5 раз на первой позиции и более нигде, то ее ранг равен 1, т.е. он наилучший. Но если, помимо этого та же ассоциация будет упомянута еще 5 раз на позиции 5, то среднее получается 3, т.е. ранг снизится радикально. Тут пока нет выхода за пределы ядра, но абсурдность ситуации видна. Придумать пример, когда дополнительное упоминание приводит к удалению ассоциации из ядра, достаточно легко. Просто нужно взять исходную группу поближе к медиане по рангу, например, 4 упоминания на позиции 3. К ним добавляем еще 4 на позиции 5 и получаем $(12+20)/8=4$ за пределами ядра. Минимальный набор ассоциаций в анкете равен 5, но кто-то может привести и более чем 5 ассоциаций, разрушая ранги и ядра с большой эффективностью. Это свидетельствует о некорректности усреднения, применяемого при расчете рангов. Еще одна причина в том, что ранги и частота упоминаний упорядочены различным образом. Это надо исправить.

Чтобы сделать усреднение более корректным, во-первых, надо привести показатели к одинаковой упорядоченности элементов в них. Для этого место в ряду упоминаний заменяем оценкой, чем раньше упоминается признак (ассоциация), тем выше оценка. Например, можно давать 5 баллов за упоминание в позиции 1, 4 балла за упоминание в позиции 2 и так далее до 0, если признак вообще не упоминается (или упоминается шестым и более). Сумма баллов, получаемых ассоциацией $i \in \{1, \dots, 25\}$ складывается из оценок ее упоминания на позициях от 1 до 5. Далее можно посчитать ранги, делая усреднения, но суммарная оценка всех упоминаний ассоциации i с учетом всех упоминаний и занимаемых позиций – полезный показатель, просто надо научиться им пользоваться. В принципе можно сдвинуть шкалу в сторону увеличения и оценивать не только первые 5 упоминаний ассоциаций, но и все или некоторые последующие. Но как показано выше, учет ассоциаций на позициях после 5 при усреднении очень сильно влияет на ранг, обесценивая этот показатель, и их лучше вообще отбросить.

Вхождение ассоциации i в различные анкеты может быть описано с помощью таблицы (матрицы) из нулей и единиц

$$A^i = \begin{bmatrix} a_{1,1}^i & \dots & a_{1,80}^i \\ \vdots & & \vdots \\ a_{5,1}^i & \dots & a_{5,80}^i \end{bmatrix}$$

Единицы соответствуют $a_{k,j}^i$, если ассоциация i в анкете с номером $j \in \{1, \dots, 80\}$ упомянута в позиции $k \in \{1, \dots, 5\}$. Далее, пусть b_k – оценка появления i -й ассоциации на позиции $k \in \{1, \dots, 5\}$. В принятых предположениях она не зависит от i . Суммарная оценка ассоциации с номером i равна

$$v^i = \sum_{j=1}^{80} \sum_{k=1}^5 a_{k,j}^i \times b_k.$$

Поскольку у нас 80 ответов (анкет), каждый ответ содержит все оценки от 1 до 5, в сумме 15, сумма всех оценок равна $15 \times 80 = 1200$. Если бы эту сумму составляли суммарные оценки 25 ассоциаций, упоминавшихся не менее 4 раз, то средняя оценка группы составила бы $1200/25=48$. Количество участников группы – от 4 до 11. Но в сумму оценок, равную 1200, входят также оценки ассоциаций, упоминаемых менее 4-х раз. Насколько существенным оказывается их вклад, можно судить только после обработки реальных данных. Однако некоторые выводы можно сделать на основе обработки данных, представленных на рисунках 1 и 2. Общее число упоминаний в 25 группах составляет 151, тогда как $80 \times 5 = 400$, то есть большую часть всех упоминаний составляют те, что встречались менее 4 раз при наличии 400 возможностей, то есть мест в тех 80 анкетах. В принципе это свидетельствует о том, что отбрасывание всего этого массива эмпирических данных было вполне естественным ходом. Однако возможен и несколько иной подход – отсечение не по частоте упоминания, а по оценке.

Если использовать подход к рангу на основе оценки, то не надо заранее ставить отсечку «не меньше 4» и не надо принимать в расчет ответы после позиции 5, они портят рейтинг в качестве показателя. Тогда у нас будет полная сумма оценок. Далее можно поставить цель – набрать сумму оценок, например, 1000, передвигая отсечение по частоте и по рейтингу, но не задавая их заранее. Если удачно задать суммарную оценку, то наверняка отсечение по «не менее 4 упоминаний» выползет само. Кроме того, стоит отметить, что при тропическом представлении результатов опроса частоту и ранг показывают координаты рассматриваемой точки (показатели группы), число при ней может быть оценкой. Иначе говоря, даже элементарными средствами тропической геометрии можно визуализировать существенно больше полезной информации из той же самой выборки ответов. Но есть и другие инструменты.

2.5. Принцип двойственности

Принцип двойственности – мощный инструмент, привнесённый в тропическую геометрию из выпуклого анализа и многомерной геометрии, хотя в идемпотентную математику он пришёл ещё до появления и прилагательного «тропическая», и геометрии на основе идемпотентной математики. Вероятно, первое упоминание двойственности применительно к идемпотентным операциям – это пары *min* и *max* матриц при решении задач на минимум в работе (Воробьёв, 1963), то есть задолго до появления тропической геометрии. Если же говорить о тематике, относительно близкой к теме настоящей статьи, то наиболее близкими можно считать (Baldwin and Klempner, 2019) и (Crowell and Tran, 2018), а также более ранние работы тех же авторов. В первом случае речь идёт о типах спроса (выбора) на целочисленные наборы продуктов (альтернатив), во втором – о совместимых со стимулами экономических механизмах. При этом обсуждаются разные (иногда неожиданные) типы двойственности, в том числе это двойственные тропические полиэдральные комплексы. Подробнее об этом на русском сказано в (Козырев, 2025), но ещё больше в цитируемых источниках и упоминаемых в них, как правило, размещённых на <https://arxiv.org/>. По своему статусу размещённые на <https://arxiv.org/> материалы – препринты, от статей в уважаемых научных журналах они отличаются (помимо прочего) тем, что широко используют цвет, а это важно при визуализации. В частности, при рассмотрении двойственных объектов, например полиэдральных комплексов, можно «покрасить» одним цветом связанные между собой элементы. А визуализация очень помогает при рассмотрении сложных вопросов. Они могут быть достаточно сложными уже при минимальном наборе параметров, как в настоящей статье, а с увеличением их числа сложность нарастает очень быстро. Визуализация становится проблематичной уже при трёх параметрах, то есть в трёхмерном пространстве, в четырёхмерном пространстве и выше она практически невозможна. Но применение тропической математики и тропической геометрии в том числе не должно ограничиться визуализацией результатов, полученных классическими методами. Напротив, принцип двойственности – одновременное рассмотрение объектов (исходного и двойственного к нему) позволяет расширить и вычислительные возможности, и возможности визуализации, что бывает важно для подключения интуиции и понимания результатов исследования. В экономическую науку принцип двойственности был привнесён из функционального анализа и многомерной геометрии Л.В. Канторовичем через выпуклый анализ и линейное программирование. В социальную психологию и социологию он может войти через тропическую геометрию.

3. Итог

В данной статье мы не ставим целью рассказать все и сразу обо всех возможностях применения тропической геометрии в науках об обществе или хотя бы в социальной психологии, да и не смогли бы это сделать. Но мы хотим показать, что даже она открывает новые возможности исследования и представления получаемых результатов. Она может использоваться вместе с классическими методами.

Тропическое представление дополняет классический метод – переводит пороговую точку в стандартный объект тропической геометрии (тропическую прямую) и тем самым делает видимыми три режима доминирования критериев и зону их конкуренции. Это позволяет интерпретировать не только принадлежность к области, но и степень пограничности/устойчивости элементов. А этот вопрос всегда волновал психологов, нашёл отражение в математической психологии и не только. В основном это выразилось в применении теории особенностей гладких отображений (Арнольд, 1963), часто именуемой теорией катастроф.¹ Но в психологии гладкость – довольно редкое явление, а потому изумительный по красоте математический аппарат остался игрушкой. Нужен другой подход и это тропическая геометрия.

Литература.

1. Арнольд В. И. (1968). Особенности гладких отображений. - "Успехи математических наук", № 23, 1968, с. 3-44.
2. Бовина И.Б., Дворянчиков Н.В., Мельникова Д.В., Лаврешкин Н.В. (2022) К вопросу об исследовании социальных представлений: взгляд со стороны // Социальная психология и общество. 2022. Том 13. № 3. С. 8—25. DOI: <https://doi.org/10.17759/sps.2022130302>
3. Воробьёв Н.Н. (1963) Экстремальная алгебра матриц // Доклады Академии наук СССР. — 1963. — Т. 4. — С. 1220–1223.

¹Применение теории катастроф в психологии и экономике (А. В. Чернавский, доктор физико-математических наук) <http://mathemlib.ru/books/item/f00/s00/z0000009/st007.shtml>

4. Емельянова Т.П. (2016) Социальные представления: История, теория и эмпирические исследования. – М.: Изд-во «Институт психологии РАН», 2016. – 476 с. (Психология социальных явлений)
5. Козырев А.Н. (2025) Приложения тропической математики в экономике и теории игр // Цифровая экономика. – 2025. – № 5(35). – С. 36–71.
6. Ноакк Н.В., Костина Т.А., Ивлева А.Е. (2025) Динамика социальных представлений о будущем России: структурный сдвиг 2024–2025 годов // Цифровая экономика. – 2025. – № 4(34). – С. 42–51.
7. Ab ric J.-Cl. (1963) Central system, peripheral system: their functions and roles in the dynamics of social representations // Papers on social representations. 1993. Vol. 2, № 2. P. 75–78. http://www.europhd.net/sites/europhd/files/images/onda_2/07/30th_lab/scientific_materials/rateau/abric_1993_central_system_peripheral_system.pdf
8. Baldwin E., Klemperer P. (2019) Understanding preferences: "Demand types," and the existence of equilibrium with indivisibilities // Econometrica. – 2019. – Vol. 87, No. 3. – P. 867-932.
9. Vergès P. (1992) L'Évocation de l'argent: une méthode pour la définition du noyau central d'une représentation. Bulletin de psychologie, 1992. T. XLV (405), pp. 203–209.

References in Cyrillics

1. Arnol'd V. I. (1968). Osobennosti gl'adkix otobrazhenij. - Uspexi matematicheskix nauk, № 23, 1968, s. 3-44.
2. Bovina I.B., Dvoryanchikov N.V., Melnikova D.V., Lavreshkin N.V. (2022) On the issue of the study of social representations: a view from the outside // Social psychology and society. 2022. Volume 13. No. 3. С. 8-25. DOI: <https://doi.org/10.17759/sps.2022130302>
3. Vorobyov N.N. (1963) Extremal algebra of matrices // Reports of the USSR Academy of Sciences. 1963. Vol. 4. pp. 1220-1223.
4. Yemelyanova T.P. (2016) Social representations: History, theory and empirical research. Moscow: Publishing House "Institute of Psychology of the Russian Academy of Sciences", 2016. 476 p. (Psychology of social phenomena)
5. Kozyrev A.N. (2025) Applications of tropical mathematics in economics and game theory // Digital Economics. – 2025. – № 5(35). – Pp. 36-71.
6. Noack N.V., Kostina T.A., Ivleva A.E. (2025) Dynamics of social ideas about the future of Russia: the structural shift of 2024-2025 // Digital Economy. – 2025. – № 4(34). – Pp. 42-51

Ключевые слова

двойственность, визуализация, классификация Вержеса, тропическая прямая

Козырев Анатолий Николаевич, к.ф.-м.н., д.э.н
ЦЭМИ РАН ORCID 0000-0003-3879-5745,
kozyrevan@yandex.ru

Костина Татьяна Анатольевна – младший научный сотрудник
ЦЭМИ РАН ORCID 0009-0006-1875-3774
kostina1@yandex.ru

Ноакк Наталия Вадимовна – к.п.н., ведущий научный сотрудник
ЦЭМИ РАН ORCID 0000-0001-8696-5767
n.noack@mail.ru

Anatoly Kozyrev, Tatiana Kostina, Natalia Noack, Visualization of social ideas about the future based on tropical geometry

Keywords

duality, visualization, Verges classification, tropical straight line.

DOI: 10.34706/DE-2026-01-06

JEL classification: C65, G11, O34, Z1

Abstract

The article shows the advantages of tropical geometry in visualizing research results in the field of social psychology. As a good example, we use the results of a survey conducted earlier as part of the study of social ideas about the future. The advantage of visualizing survey results using tropical geometry lies in at least two features. The first of these is the greater visibility achieved by geometry, the second is the opportunity to focus on boundary areas, where a slight change in conditions can lead to a change in the results of the study and, as a result, to other conclusions. It is the second advantage that is associated with the peculiarities of tropical mathematics. In the article, these advantages are shown in the simplest case, when only two indicators and only elements of tropical geometry are used, further prospects are only announced.